مسائل تمرینی مکانیک شکست مود ترکیبی

۱- یک ورق بزرگ از جنس آلیاژ آلومینیومی ۰-۲۰۲۴ شامل ترک مرکزی در معرض بارگذاری مود ۱ و ۲ قرار گرفته است. تنش‌های داخلی تنش در راستای قائم ۱۳۸ مگاپاسکال و تنش برشی ۱۰۳ مگاپاسکال می‌باشد. از دو معیار تنش اصلی حداکثر و فاکتور چگالی انرژی کرنشی برای محاسبه‌ی چقرمگی شکست حالت کرنش صفحه‌ای استفاده نمایید. داده‌های مورد نیاز، نصف طول ترک ۳۸ میلی‌متر، نسبت پواسون ۰/۳۳۳ و مدول الاستیک برابر ۷۲/۳ گیگاپاسکال هستند.

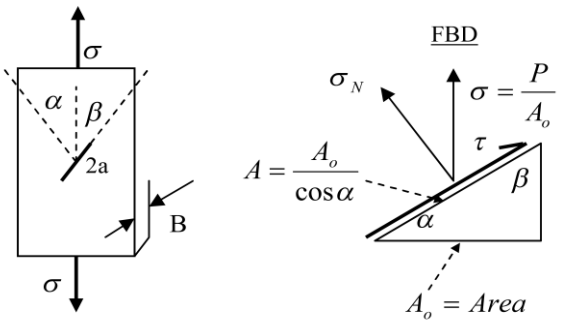
۲-زاویه‌ی ترک β و تنش اعمالی σ و تنش بحرانی (تنش شکست) را برای مساله‌ی ۱ مطابق با دو معیار ذکر شده محاسبه نمایید. آیا در این وضعیت رشد ترک اتفاق می‌افتد؟

۳-نشان دهید که فاکتور شدت تنش هنگامی‌که فاکتور شدت تنش مود اول ۲ برابر فاکتور شدت تنش مد سوم و نسبت پواسون ۰/۳۳۳ باشد، آنگاه: $K_I = \sqrt{\frac{8}{11}} K_{IC}$

۴-داده‌های شکست مود ترکیبی تجربی برای دو نمونه‌ی جامد الف و ب جهت مقایسه‌ی معیار شکست مود ترکیبی مورد استفاده قرار گرفته است. کدام معیار بیشترین سازگاری را با رفتار شکست مود ترکیبی این دو نمونه از خود نشان می‌دهد.

جامد الف		جامد ب	
K_{II}	K_I	K_{II}	K_I
$MPa\sqrt{m}$			
۰/۴۹	۰	۰/۴۲	۰
۰/۴۳	۰/۵۲	۰/۴۱	۰/۱۰
۰/۳۳	۱/۰۲	۰/۴۳	۰/۲۱
۰/۳۱	۱/۱۰	۰/۳۸	۰/۴۰
۰/۲۸	۱/۲۰	۰/۴۰	۰/۵۰
۰/۲۶	۱/۲۵	۰/۳۷	۰/۶۰
۰/۱۶	۱/۴۰	۰/۳۹	۰/۶۵
۰	۱/۵۰	۰/۳۷	۰/۸۰
		۰/۳۱	۱/۲۰
		۰/۲۷	۱/۲۶
		۰/۲۰	۱/۵۵
		۰	۱/۶۵

۵-یک ورق طویل و پهن دارای ترک مرکزی کوچک راه به در مطابق شکل در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از دایگرام جسم آزاد، عبارتی برای تنش‌های برشی و قائم استخراج نموده و فاکتورهای شدت تنش مودهای ۱ و ۲ را به عنوان تابعی از زاویه‌ی ترک به دست آورید.



۶-دو ورق ترک‌دار یکسان مانند مساله‌ی قبل برای تعیین چقرمگی شکست حالت کرنش صفحه‌ای مودهای ۱ و ۲ مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. بارهای کششی بحرانی و زاویه‌های ترک مشاهده شده به ترتیب ۱۲۰ مگاپاسکال در α مساوی صفر و ۱۳۰ مگاپاسکال در α مساوی ۴۵ درجه هستند. از معادلات داده شده‌ی زیر برای تعیین چقرمگی شکست در مودهای ۱ و ۲ استفاده نمایید.

$$\frac{K_I}{K_{IC}}+\left(\frac{K_{II}}{K_{IIC}}\right)^2=1 \quad \text{and} \quad \left(\frac{K_I}{K_{IC}}\right)^2+\left(\frac{K_{II}}{K_{IIC}}\right)^2=1$$

۷-یک مخزن تحت فشار استوانه‌ای با انتهای بسته دارای شعاع ۱ و ضخامت ۴۰ میلی‌متر می‌باشد که تحت فشار داخلی p قرار دارد. مخزن شامل یک ترک داخلی به طول ۴ میلی‌متر است که در زاویه‌ی ۴۰ درجه نسبت به راستای محیطی قرار دارد. مقدار بیشینه فشار را که مخزن می‌تواند بدون واماندگی تحمل نماید، بیابید. نسبت پواسون ۰/۳، مدول الاستیک ۲۱۰ گیگاپاسکال و چقرمگی شکست مود اول ۶۰ مگاپاسکال در متر به توان نیم در نظر گرفته می‌شوند.

۸-یک صفحه‌ی ضخیم بزرگ فولادی شامل یک ترک به طول ۴ میلی‌متر در نظر بگیرید که در زاویه‌ی ۶۰ درجه نسبت به راستای اعمال تنش کششی تک محوره‌ی یکنواخت قرار دارد. این ورق تحت تنش ۱۰۰۰ مگاپاسکال دچار شکست می‌شود. مقدار چقرمگی شکست مود اول حالت کرنش صفحه‌ای را با لحاظ نمودن مدول الاستیک ۲۱۰ گیگاپاسکال و نسبت پواسون ۰/۳ حساب کنید. حال اگر زاویه‌ی ترک و تنش اعمالی به ترتیب به ۵۰ درجه و ۸۰۰ مگاپاسکال کاهش یابند، طول بیشینه مجاز ترک را در حالتی که صفحه می‌تواند بدون وقوع شکست تحمل نماید، تعیین کنید. ضریب چگالی انرژی کرنشی بحرانی را ۱۵۰۰ نیوتن بر متر بگیرید. **راهنمایی**: تابع چگالی انرژی کرنشی dW/dV برابر S/r است که در آن S ضریب چگالی انرژی کرنشی و r فاصله‌ی شعاعی از محل واماندگی می‌باشد. محل گسیختگی در واقع همان محلی است که چگالی انرژی کرنشی مینیم نسبی در آن اتفاق می‌افتد و محل ایجاد تسلیم نیز همان محلی است که در آن چگالی انرژی کرنشی، مقدار ماکزیمم نسبی خود را تجربه می‌کند. واماندگی در اثر شکست یا تسلیم زمانی رخ می‌دهد که dW/dV کمینه یا بیشینه به مقدار بحرانی خود برسند.

۹-یک ورق بزرگ فولادی شامل یک ترک به طول ۵ میلی‌متر است که در زاویه‌ی β نسبت به راستای تنش کششی اعمال شده‌ی σ قرار دارد. مقدار تنش بحرانی برای رشد ترک را حساب کنید. مدول لاستیک ۲۱۰ گیگاپاسکال، نسبت پواسون ۰/۳ و چقرمگی شکست مود اول ۶۰ مگاپاسکال در نیم به توان متر است. برای زاویه‌های صفر تا ۹۰ درجه با نمو ۵ درجه نیز فاکتورهای شدت تنش مود ترکیبی را تعیین کنید. فرض کنید تنش اعمالی ۶۰۰ مگاپاسکال است. تنش تسلیم ماده را ۹۵۸ مگاپاسکال در نظر بگیرید.

۱۰- مطابق شکل یک مخزن استوانه‌ای به شعاع R و ضخامت t شامل یک ترک داخلی به طول $2a$ به موازات محورش می‌باشد. لبه‌های ترک نسبت به سطح دیواره‌ی مخزن زاویه‌ی γ می‌سازد. مخزن تحت گشتاور پیچشی قرار دارد. راستای رشد ترک و گشتاور بحرانی مورد نیاز برای آغاز رشد ترک را تعیین کنید. نمودار تغییرات گشتاور پیچشی بحرانی را بر حسب زاویه‌ی γ برای مقادیر مختلف نسبت پواسون رسم کنید.