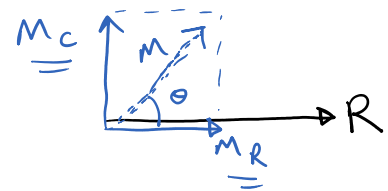
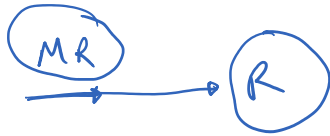


دسته نیروی منفرجه \rightarrow دسته نیرو-گرمی منفرجه \rightarrow دسته نیروها

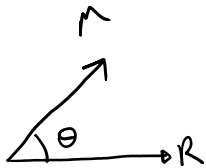
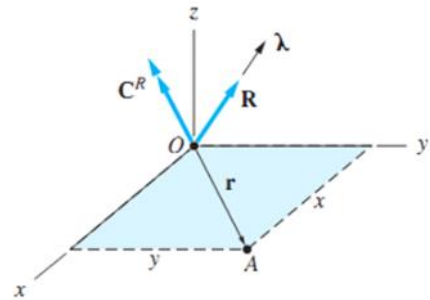
$\left\{ \begin{array}{l} R \perp M \rightarrow \\ R \not\perp M \end{array} \right.$

$\vec{M} = \vec{M}_C + \vec{M}_R$

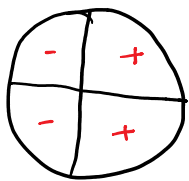


در شکل زیر گسترده C و نیروی R مشخص است. دینج مورد نظر را بیابید

$R = 38.8i + 43.2j + 38.4k \text{ lb}$
 $M = 390i + 116j + 360k \text{ lb} \cdot \text{ft}$



$$\cos \theta = \frac{R \cdot M}{|R| |M|} = \frac{(38.8 \times 390) + (43.2 \times 116) + (38.4 \times 360)}{|R| |M|}$$



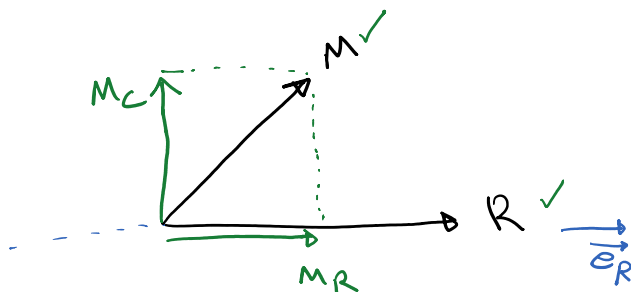
$\theta = 0 \rightarrow R \perp M$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \rightarrow$ دینج مثبت

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \rightarrow$ دینج منفی

چون صورت عبارت بالا بزرگتر از صفر است لذا $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ دینج مثبت

$M_R = ?$ $M_C = ?$



$\vec{M}_R = (\vec{M} \cdot \vec{e}_R) \cdot \vec{e}_R$

$$\vec{e}_R = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{38.8i + 43.2j + 38.4k}{\sqrt{38.8^2 + 43.2^2 + 38.4^2}} = .188vz + .142ij + .188zk$$

$\vec{R} = 38.8i + 43.2j + 38.4k \text{ lb}$
 $\vec{C}^R = 390i + 116j + 360k \text{ lb} \cdot \text{ft}$

$$\vec{M}_R = (M \cdot \vec{e}_R) \cdot \vec{e}_R = [(390i + 116j + 360k) \cdot (.188vz + .142ij + .188zk)] \cdot (\vec{e}_R)$$

$$= [(390 \times .188) + (116 \times .142) + (360 \times .188)] \cdot \vec{e}_R$$

$$= 211.2 \times [.188vz + .142ij + .188zk]$$

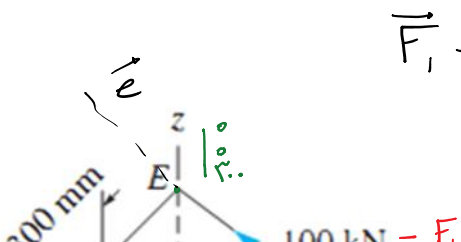
$$= 39.7iz + 30.3j + 249k$$

$$\vec{M} = \vec{M}_C + \vec{M}_R \longrightarrow \vec{M}_C = \vec{M} - \vec{M}_R$$

$$\vec{M}_C = [390i + 116j + 360k] - [39.7iz + 30.3j + 249k]$$

$$\vec{R} = 38.8i + 43.2j + 38.4k \text{ lb}$$

$$\vec{C}^R = 390i + 116j + 360k \text{ lb} \cdot \text{ft}$$



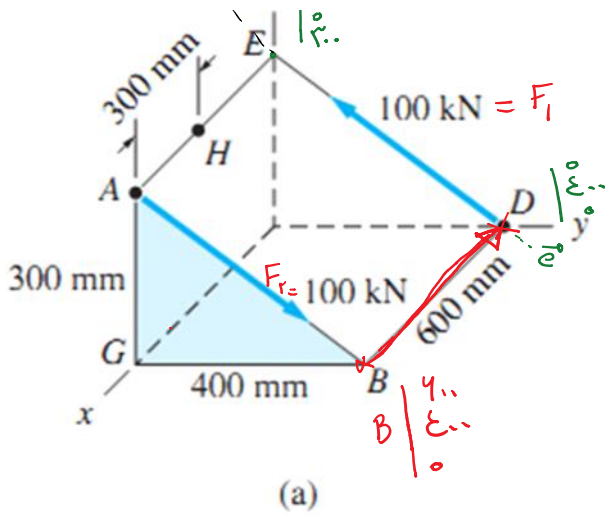
$$\vec{F}_1 = |F_1| \cdot \vec{e}_{DE}$$

کویں زوج نیروی زیر را حساب کنید؟

$$\vec{R} = 0$$

$$M = ?$$

(1)



$\vec{R} = 0$ $M = ?$

$$\vec{F}_1 = |F_1| \cdot \frac{\vec{DE}}{|DE|} =$$

$$= 100 \times \frac{-4\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 100 \times \frac{-4\hat{j} + 3\hat{k}}{5}$$

$$= -80\hat{j} + 60\hat{k} \quad \checkmark$$

(۲) انتخاب یک نقطه گسترده در راستای نیروی F_2 (نقطه B)

(۳) انتخاب یک نقطه در راستای نیروی F_1 و مسکن بردار جابجایی

بردار جابجایی
↑

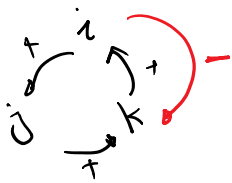
$$\vec{r}_{BD} = (-400\hat{i} + 0\hat{j} + 600\hat{k}) = -400\hat{i}$$

$$M = \vec{r}_{BD} \times \vec{F}_1 = (-400\hat{i}) \times (-80\hat{j} + 60\hat{k})$$

$$= (400 \times 80)\hat{k} + (400 \times 60)\hat{j}$$

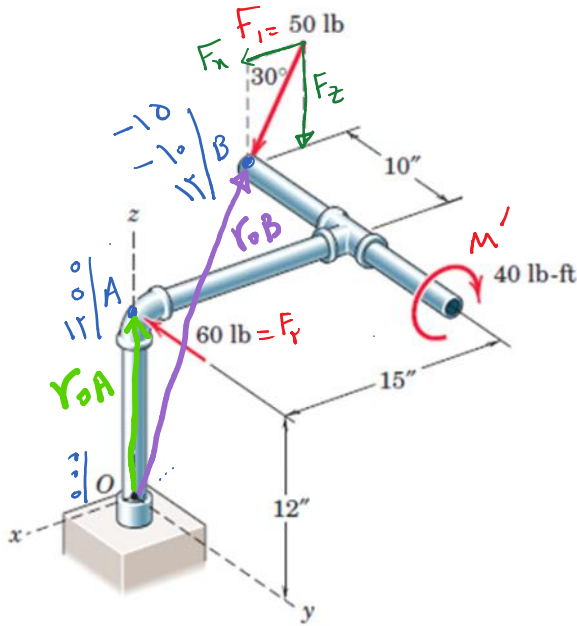
$$= 32000\hat{k} + 24000\hat{j} \quad \text{N}\cdot\text{mm}$$

$$= 32\hat{k} + 24\hat{j} \quad \text{N}\cdot\text{m}$$



(۴) B به گسترده

را O حول نقطه در شکل زیر مقدار گشتاور برآیند تعیین کنید



$$\vec{F}_1 = 50 \cos 30^\circ \vec{z} - 50 \sin 30^\circ \vec{k}$$

$$= 25\sqrt{3} \vec{z} - 25 \vec{k}$$

$$\vec{F}_r = -40 \vec{j} \quad / \quad M' = -40 \vec{j}$$

↑ z
→ k

$$M_1 = \vec{r}_{OB} \times \vec{F}_1 = (-15\vec{z} - 10\vec{j} + 12\vec{k}) \times (25\sqrt{3}\vec{z} - 25\vec{k})$$

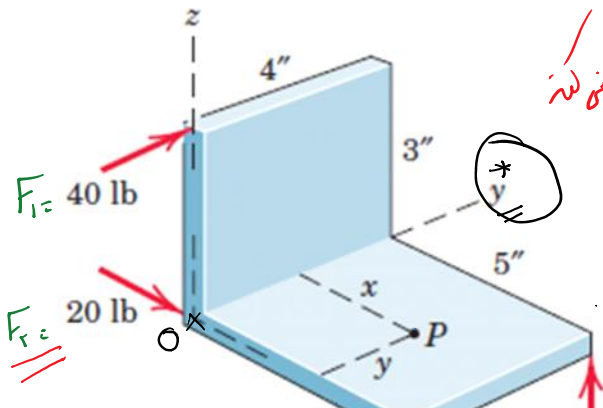
$$\vec{M}_r = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_r = (12\vec{k}) \times (-40\vec{j}) = 12 \times 40 \vec{z}$$

* اگر نیرو موازی یک محور باشد یا محور را قطع کند. حول آن محورها گشتاور ایجاد نمی کند

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_r + \vec{M}' =$$

گشتاور نیروها حول محور x را محاسبه کنید

FR موازی محور z است پس حول محور z گشتاور ایجاد نمی کند



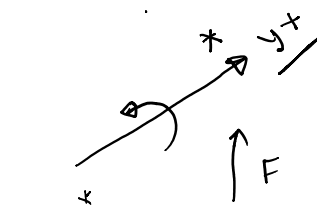
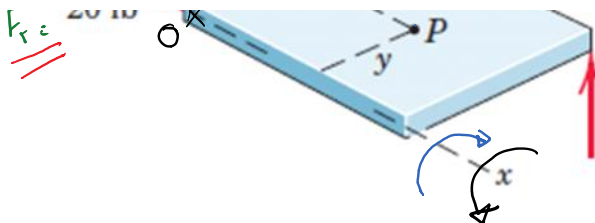
$$(M_{F_1})_x = (-40 \times 5) \vec{z} = -200 \vec{z} = F_1$$

$$(M_{F_1})_y = 0$$

$$(M_{F_1})_z = 0$$

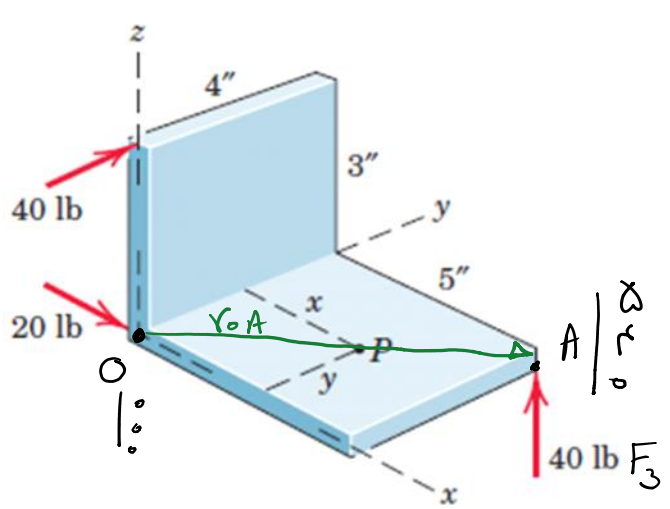
$F_1 \parallel \vec{y}$
موازی

F موازی محور z است پس حول محور z گشتاور ایجاد نمی کند



$(M_{F_1})_z = 0$
 $40 \text{ lb} = F_3$
 موازی
 F_1 محور z را قطع کرده است.

$$F_3 \rightarrow \begin{cases} (M_{F_3})_z = 0 & F_3 \parallel z \\ (M_{F_3})_x = \epsilon \cdot x \epsilon \hat{z} = 14 \hat{z} \\ (M_{F_3})_y = -\epsilon \cdot x \epsilon \hat{j} = -2 \hat{j} \end{cases}$$



$$F_3 = +\epsilon \cdot k$$

$$\vec{r}_{OA} = \delta \hat{i} + \epsilon \hat{j}$$

$$\vec{M} = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_3$$

$$= (\delta \hat{i} + \epsilon \hat{j}) \times \epsilon \cdot k$$

$$= \underbrace{\delta \cdot \epsilon}_{2} \hat{j} + 14 \hat{z}$$

