ب) قطر نامعین :

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu}$$

$$C_d = \frac{4 g \Delta\rho d}{3 \rho V^2}$$

$$\frac{C_d}{Re} = \frac{\frac{4 g \Delta\rho d}{3 \rho V^2}}{\frac{\rho V d}{\mu}} = \frac{4 \mu \Delta\rho g}{3 \rho^2 V^3}$$

$$C_d = \left[0.632 + \frac{4.8}{\sqrt{Re}}\right]^2 \longrightarrow \frac{C_d}{Re} = \left[0.632 + \frac{4.8}{\sqrt{Re}}\right]^2 \times \frac{1}{Re}$$

$$\begin{cases} Re = \frac{\rho V d}{\mu} \\ \frac{C_d}{Re} = \frac{4 \mu \cdot \Delta\rho g}{3 \rho^2 V^3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\sqrt{Re}} = \left[0.00433 + 0.208 \sqrt{\frac{C_d}{Re}}\right]^{1/2} - 0.0458$$

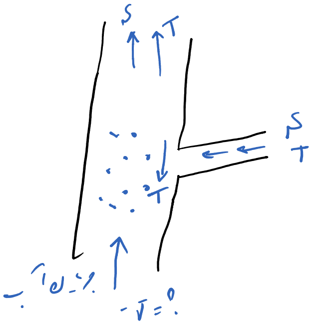
***

مراحل حل مسئله با قطر نامشخص :

1. ابتدا عدد بی بعد C_d/Re را بدست آورید.
2. مقدار عدد بی بعد C_d/Re در رابطه *** قرار داده می‌شود تا عدد Re محاسبه شود.
3. پس از رابطه $Re = \frac{\rho V d}{\mu}$ مقدار d محاسبه می‌شود.
4. اگر $C_d/Re > 20$ باشد، نشان دهنده آن است که جریان در محدوده استوکس قرار دارد و مقدار d از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$V = \frac{g \Delta\rho d^2}{\mu}$$

مثال : مخلوطی از ذرات تیتانیم ($S_g = 4.5$) و سیلیکا ($S_g = 2.65$) با قطر ۵۰ تا ۳۰۰ mm را در داخل لوله‌ای که آب به سمت بالا حرکت می‌کند می‌ریزیم. اگر تمام ذرات سیلیکا توسط آب حمل شود سرعت آب چقدر است.



$$\rho_f = 1000 \ kg/m^3$$

$$S_g = \frac{\rho_s}{\rho_f} \Rightarrow \rho_s = S_g \cdot \rho_f = 2.65 \times 1000 = 2650 \ kg/m^3$$

$$g = 10$$

$$\Delta\rho = \rho_s - \rho_f = 2650 - 1000 = 1650 \ kg/m^3$$

$$\bar{V} = ?$$

1 poise = 0.1 pascal second

$$\mu = 1 cP = 0.01 P = 0.001 \ Pa.s$$
$$1 P = 0.1 \ Pa.s$$

$x.$ ρ_f ρ_s

1 μ ... 10^{-6}

$S_g = \frac{\gamma_f}{\gamma_w} = \frac{\rho_f}{\rho_w} = \frac{\rho_s}{\rho_w}$

$\bar{V} = ?$

1 poise = 0.1 pascal second

$d = ۳۰۰\,\mu m = ۳۰۰ \times 1۰^{-6}\ m$

$1\,P = ۰٫1\ Pa.s$

الف) سرعت ته‌نشینی :

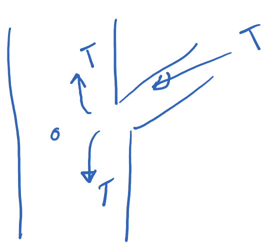
1) $Ar = \frac{d^3 g \rho \Delta\rho}{\mu^2} = \frac{(۳۰۰\times1۰^{-6})^3 \times 10 \times 1000 \times 1۴۵۰}{(۰٫1)^2} = \frac{۲۷\times1۰^{+۶}\times1۰^{-1۸}\times1۰^{+۵}\times1۴۵}{1۰^{-۲}}$

$Ar = ۲۷\times1۴۵\times1۰^{11}\times1۰^{-1۸}\times1۰^{+۴} = ۲۷\times1۴۵\times1۰^{-1۸}\times1۰^{+1۵} = ۲۷\times1۴۵\times1۰^{-۳}$
$= ۴٫۴۵$

$Ar < 1۵ \longrightarrow$ جریان استوکس $\longrightarrow \bar{V} = \frac{g\Delta\rho d^2}{1۸\mu} = \frac{1۰\times1۴۵۰\times(۳۰۰\times1۰^{-۶})^2}{1۸\times۰٫1}$

$= \frac{1۴۵\times1۰^{+۲}\times۹\times1۰^{+۴}\times1۰^{-1۲}\times1۰^{+1}}{1۸} = \frac{1۴۵\times۹\times1۰^{-۴}}{1۸} = \frac{1۴۵}{۲}\times1۰^{-۴}$

$\bar{V} = ۸۲٫۵\times1۰^{-۴}\ m/s = ۸۲٫۵\times1۰^{-۲}\ cm/s = ۸۲۵۰\ mm/s$. سرعت سیل



$\uparrow \bar{V} = ۸۲٫۵\times1۰^{-۴}$

ب) طرز ذرات تیتانیوم با به شکلی جریان سیال به سمت بالا حرکت کند.

$d = ?$ $\bar{V} = ۸۲٫۵\times1۰^{-۴}\ m/s$ $(\rho_s)_T = S_g \cdot \rho_w = ۴٫۵\times1000$
$= ۴۵۰۰\ kg/m^3$

$\Delta\rho = ۴۵۰۰ - 1000 = ۳۵۰۰$

$g = 10$

(1)

$\frac{C_d}{Re} = \frac{4\mu\Delta\rho g}{3\rho^2 V^3} = \frac{۴\times۰٫۰1\times۳۵۰۰\times1۰}{۳\times(1۰۰۰)^2\times(۸۲٫۵\times1۰^{-۴})^3} = \frac{۴\times۳۵\times1۰}{۳\times(۸۲٫۵)^3\times1۰^6\times1۰^{-1۲}}$

$= \frac{۴\times۳۵\times1۰^{+۷}}{\dots} = \frac{1۴۰\times1۰^{+۷}}{\dots} = \frac{1۴۰۰۰۰۰۰\times1۰^{+۲}}{\dots} = ۸۲1 > ۳۰$

$$= \frac{4 \times 25 \times 10^{+7}}{25 \times 2401 \times 25} = \frac{14 \times 10^{+7}}{24025} = \frac{140000000 \times 10^{+2}}{24025} = 581 > 20$$

جریان آشفته

$$V = \frac{g \Delta \rho d^2}{18 \mu} \Rightarrow d^2 = \frac{18 \cdot \mu \cdot V}{g \Delta \rho} = \frac{18 \times 0.1 \times 2.10 \times 10^{-4}}{10 \times 2500}$$

$$d^2 = \frac{18 \times 2.10 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{+2}} = \frac{378}{25} \times 10^{-8} = 15.12 \times 10^{-8} = 1512 \times 10^{-10}$$

$$d = 2.05 \times 10^{-3} \quad m = 2.05 \times 10^{-2} \times 10^{+6} = 2.05 \times 10^{+2} = 205.0 \, mm$$

مثال: دانسیته روغن $\rho = 0.9 \, g/cm^3$ و ویسکوزیته $\mu = 1 \, poise$ حرکت کرده (1 poise = 0.1 Pa.s)