ارتعاشات مکانیکی

ارائه دهنده: دکتر سیروان فرهادی

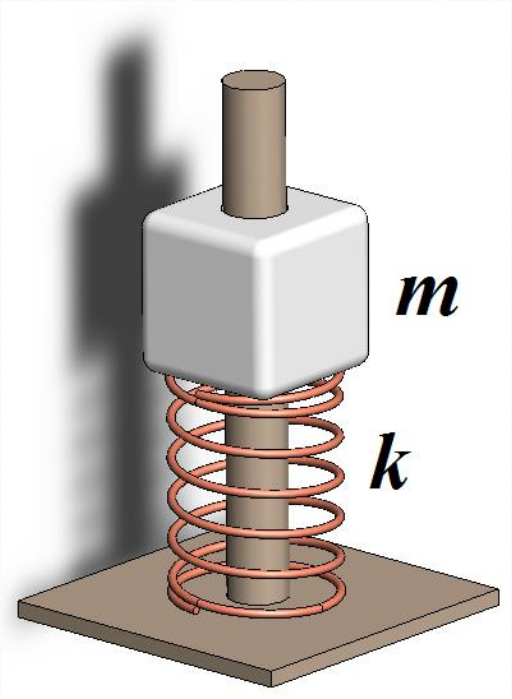
فصل دوم: مفاهیم پایه

ارائه دهنده: دکتر سیروان فرهادی

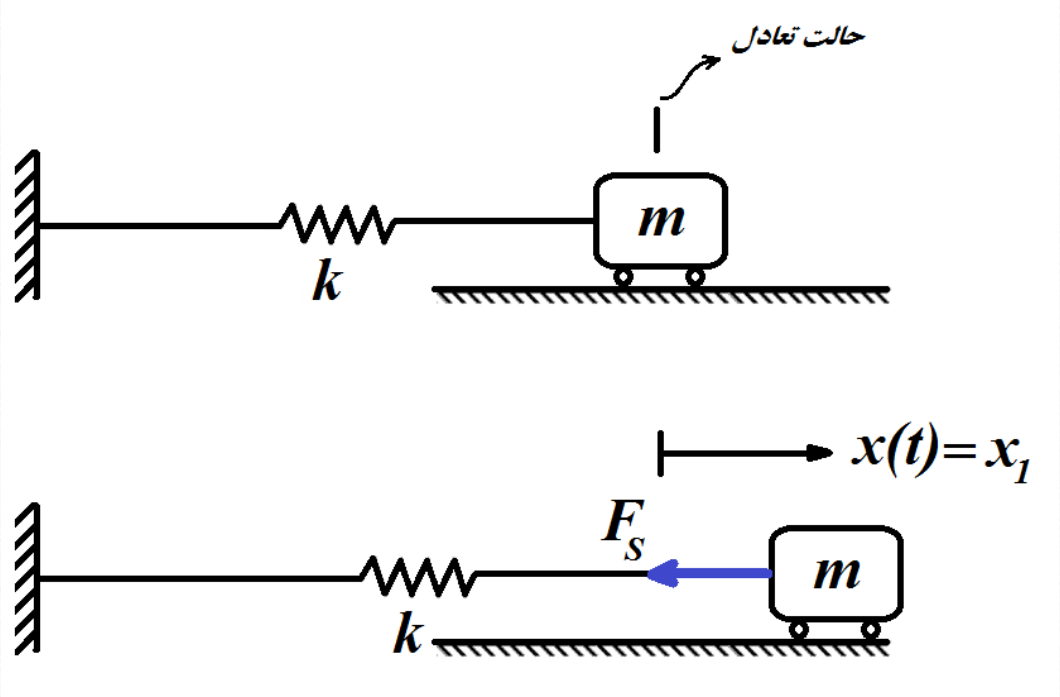
فهرست مطالب

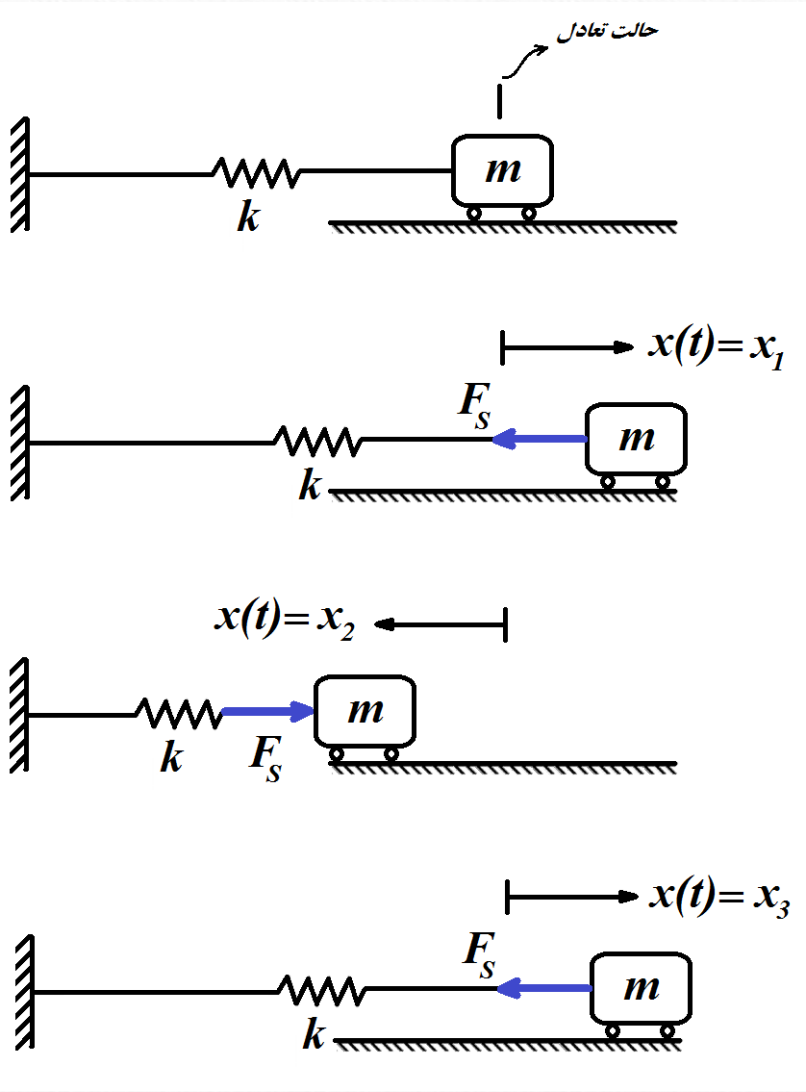
- چگونگی شکل گیری ارتعاشات
- اجزای سیستمهای ارتعاشی
  - اینرسی
  - سختی
  - فنرهای سری و فنرهای موازی
- میراگرها
  - میراگرهای اصطکاکی
  - میراگرهای ویسکوز
  - میراگرهای هیسترزیس
- مدلسازی گسسته

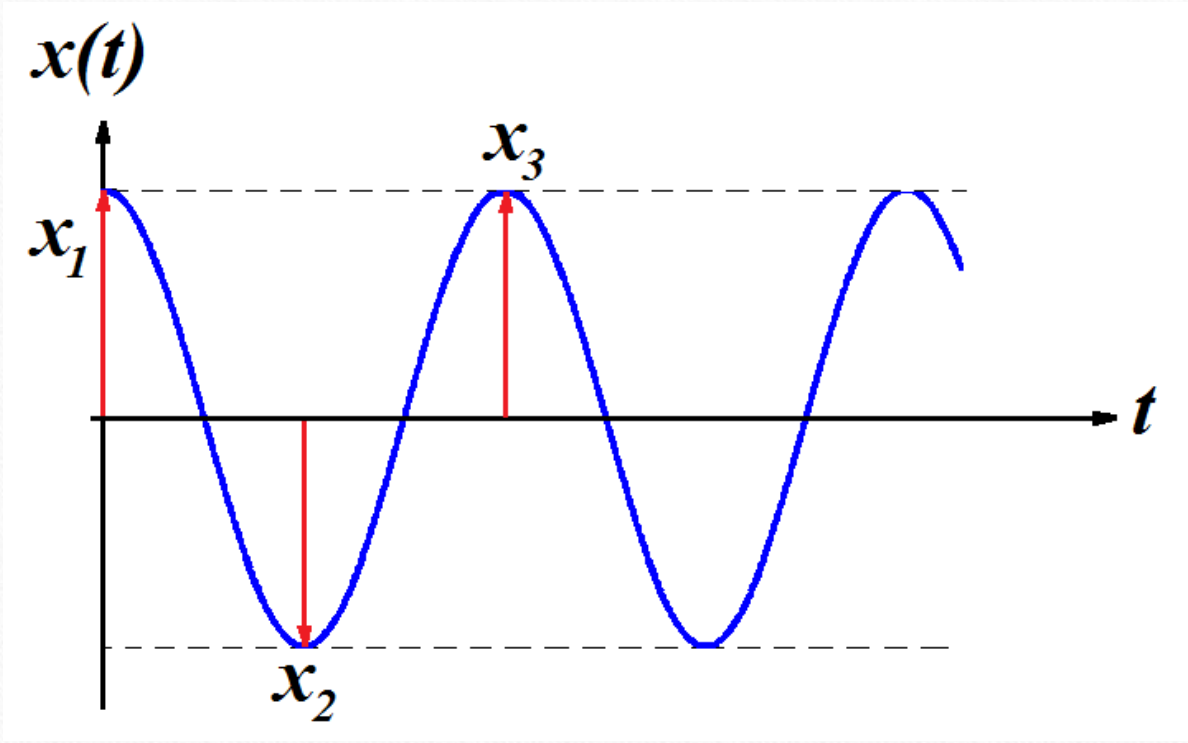
چگونگی شکل گیری ارتعاشات؟



چگونگی شکل گیری ارتعاشات




حالت تعادل
m
k
x(t)= x1
Fs
m
k
x(t)= x2
m
k
Fs
x(t)= x3
Fs
m
k



ارتعاشات گاری به صورت متناوب با زمان ادامه می‌یابد.

اجزای سیستم ارتعاشی؟

- اینرسی
- نیروی بازگرداننده (سختی، جاذبه زمین و ...)
- میرایی

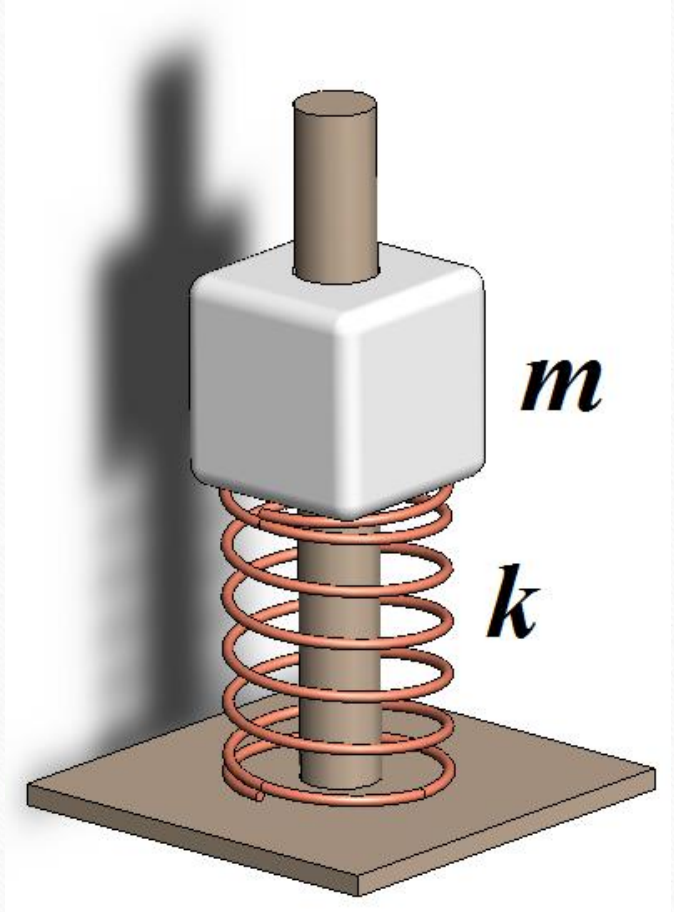
اینرسی

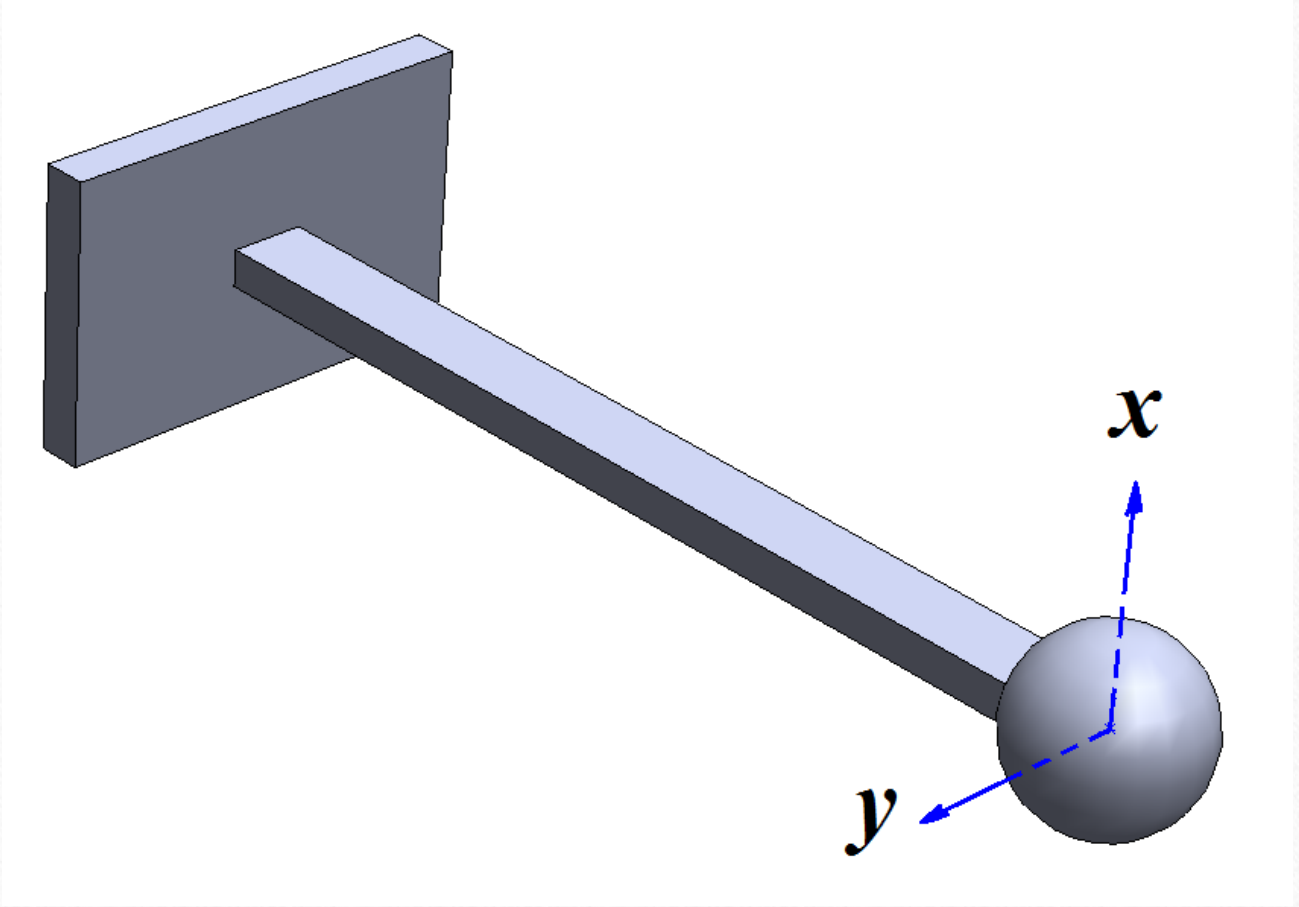
- خطی

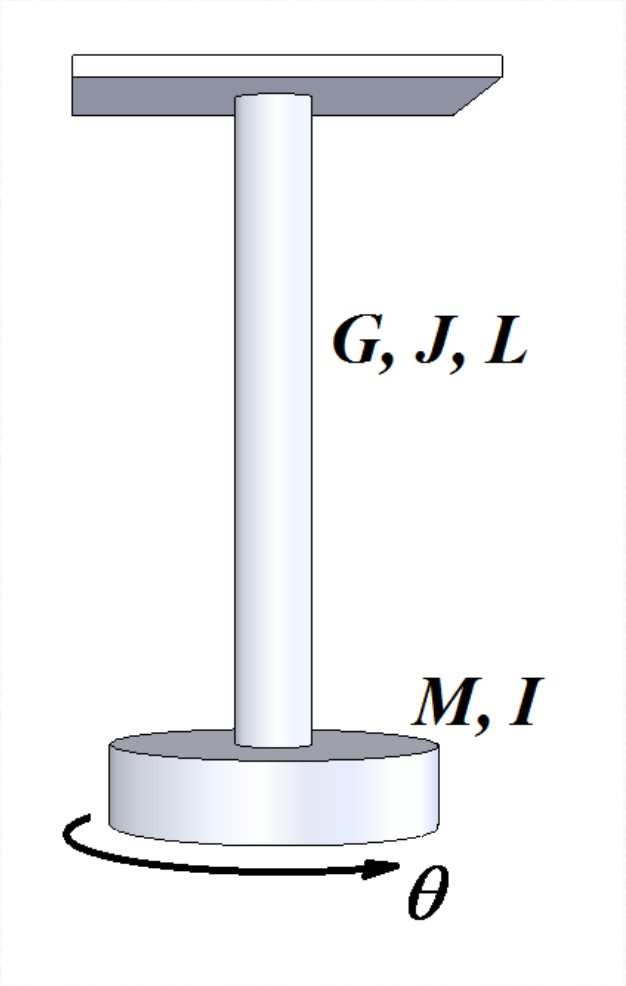
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

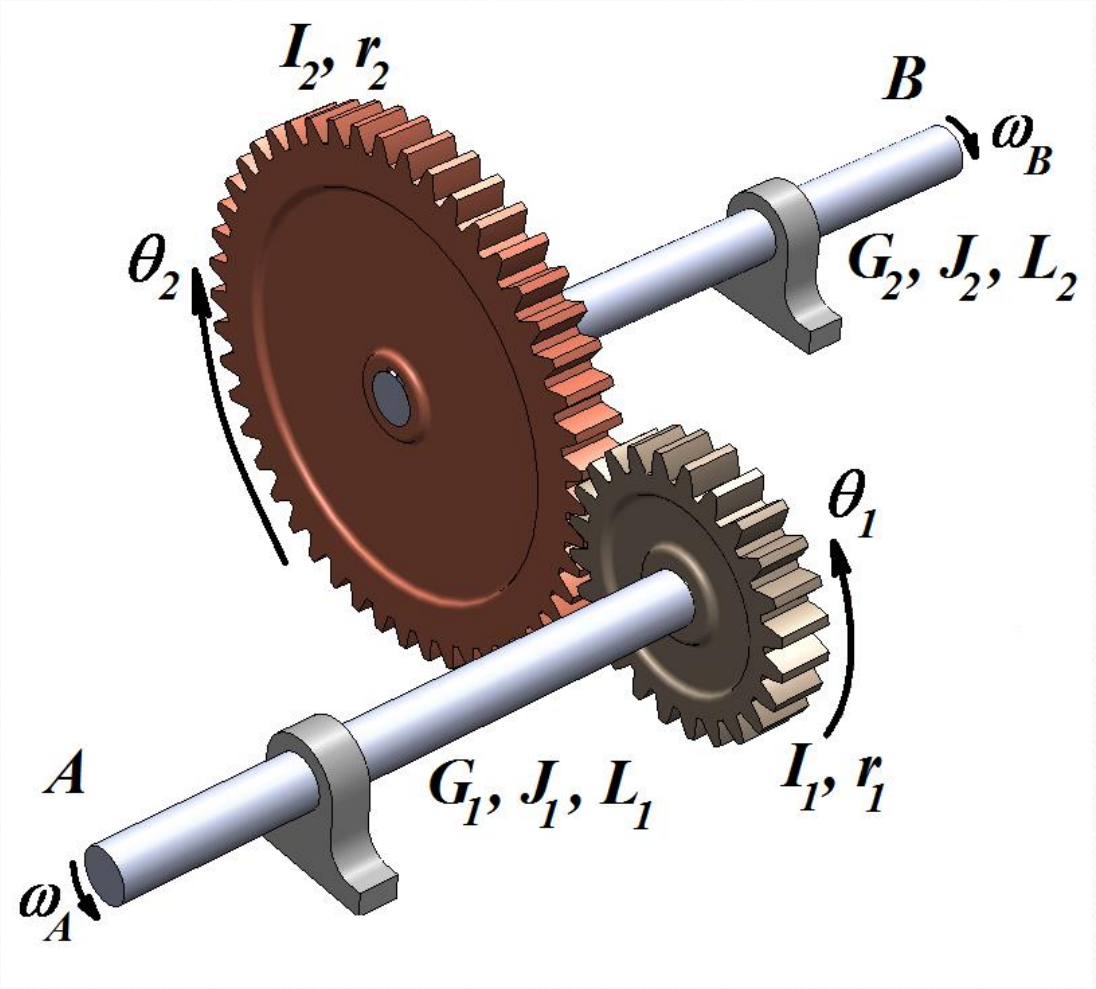
- زاویه ای

$$\sum M_G = I_G \alpha$$

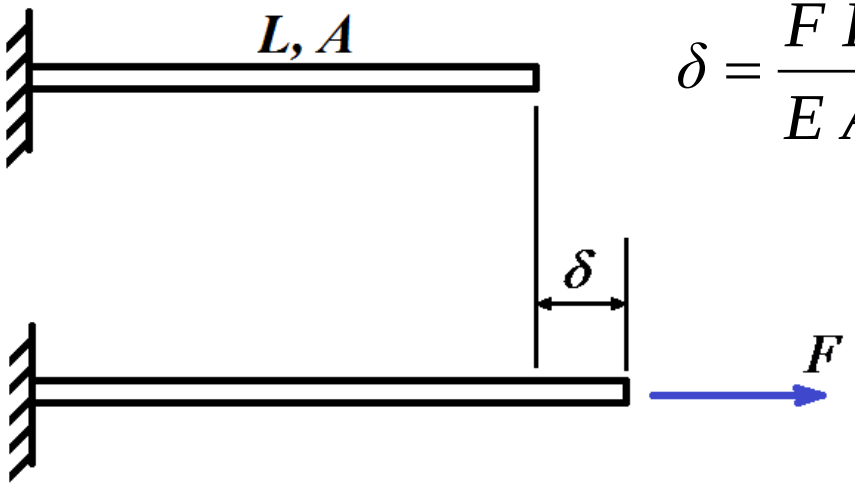

m
k


x
y

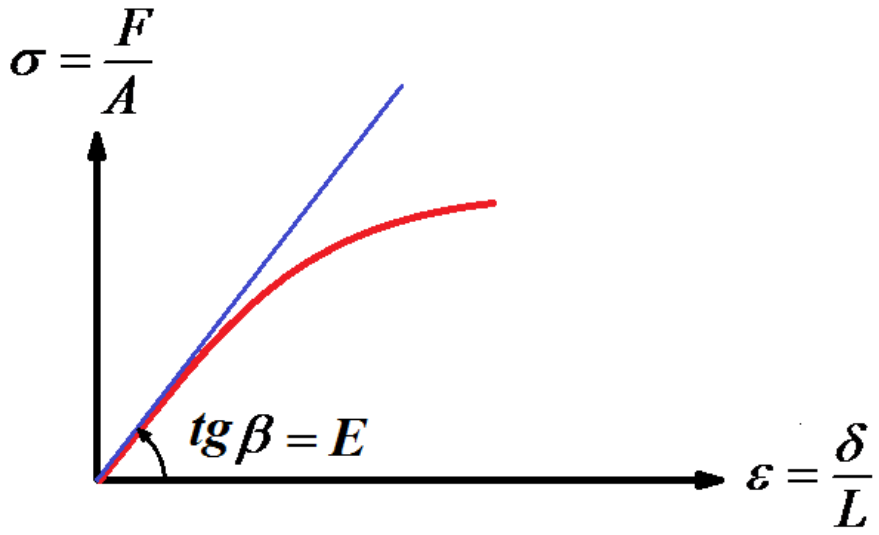

G, J, L
M, I
θ


I2, r2
B
ωB
θ2
G2, J2, L2
θ1
A
G1, J1, L1
I1, r1
ωA

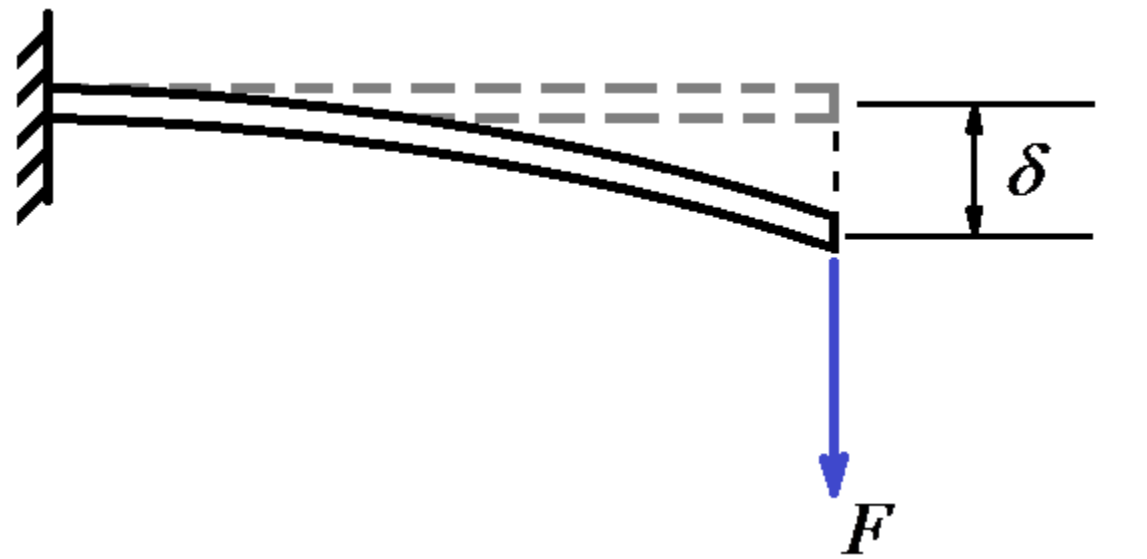
سختی



$$\delta = \frac{F\,L}{E\,A}$$

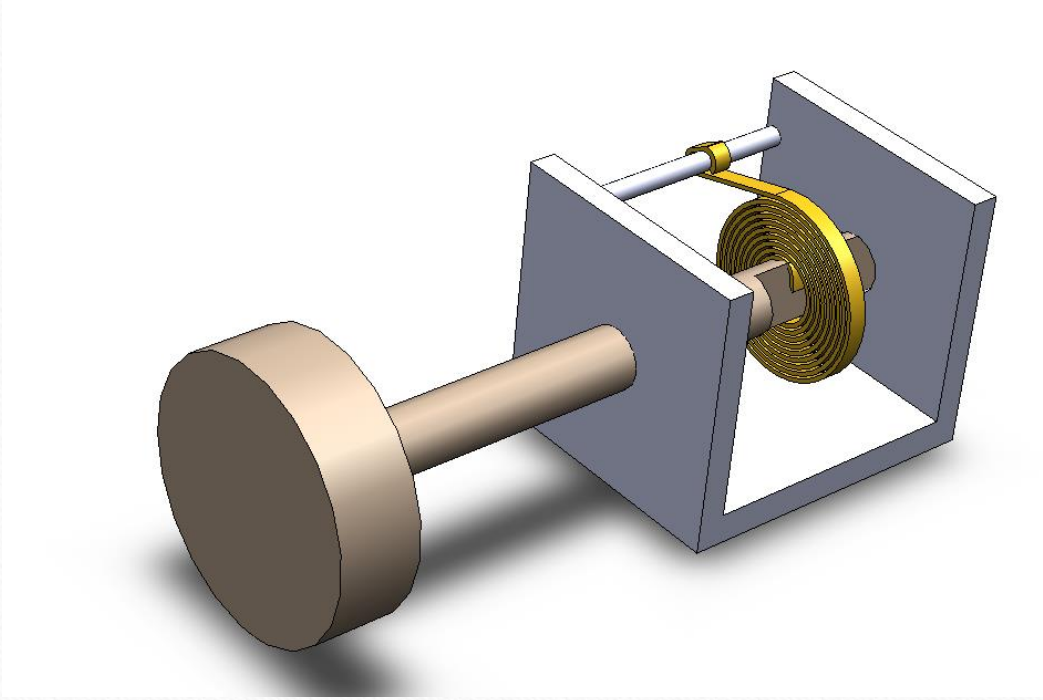


سختی خمشی

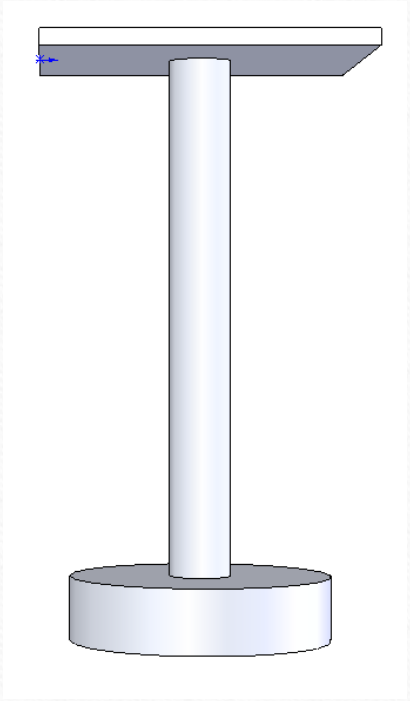


$$\delta = \frac{F L^{3}}{3 E I} \qquad k_{eq} = \frac{F}{\delta} = \frac{3 E I}{L^{3}}$$

سختی پیچشی

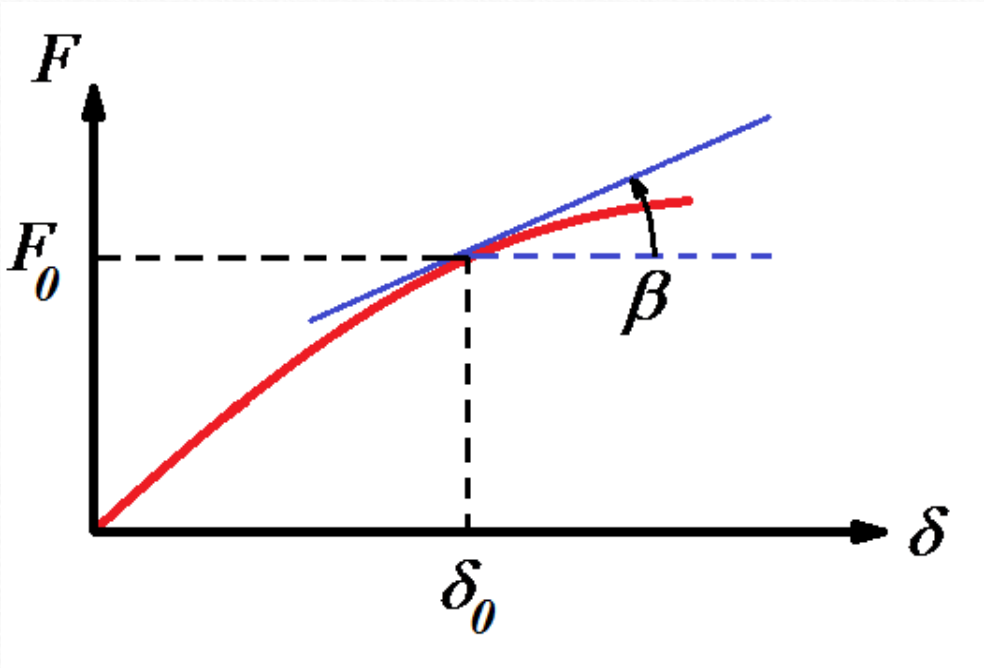


سختی پیچشی

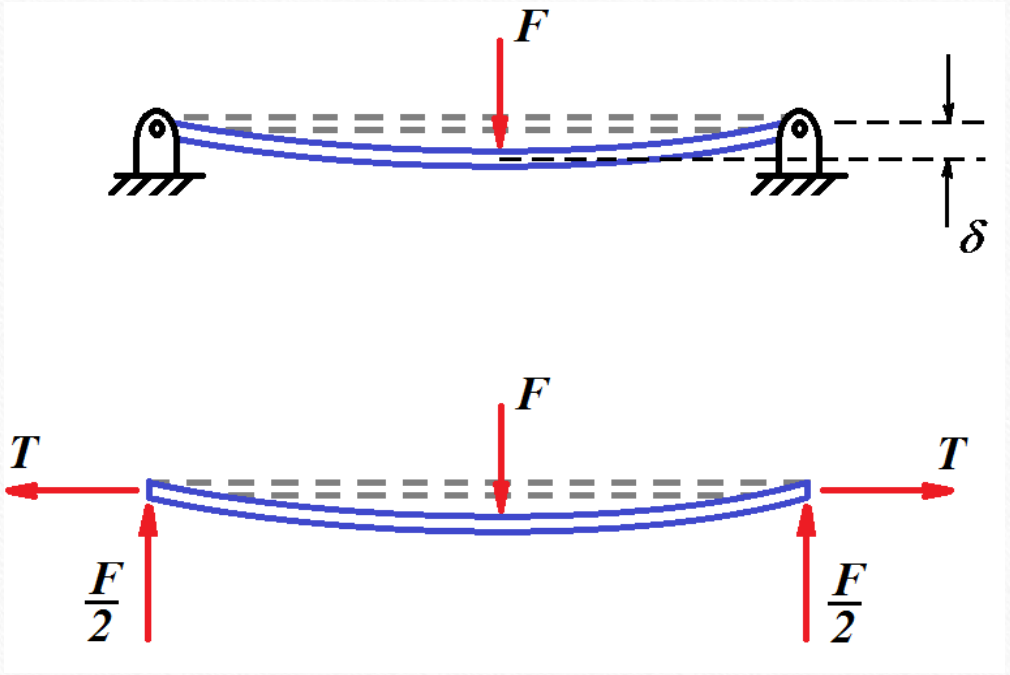


$$T = k_t \, \theta$$

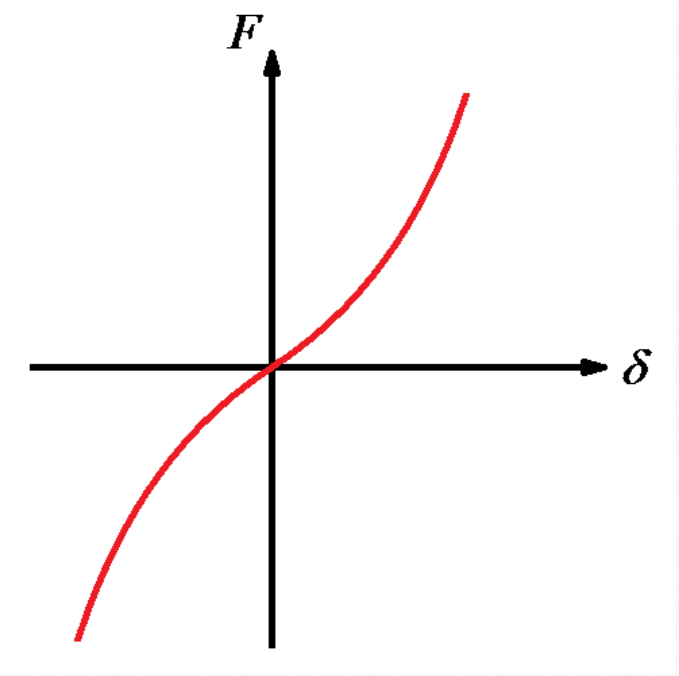
$$k_t = \frac{G \, J}{L}$$



جابجایی حول نقطه‌ای غیر از حالت آزاد فنر



تغییر هندسی تیر حین اعمال نیرو



افزایش سختی همراه با افزایش جابجایی

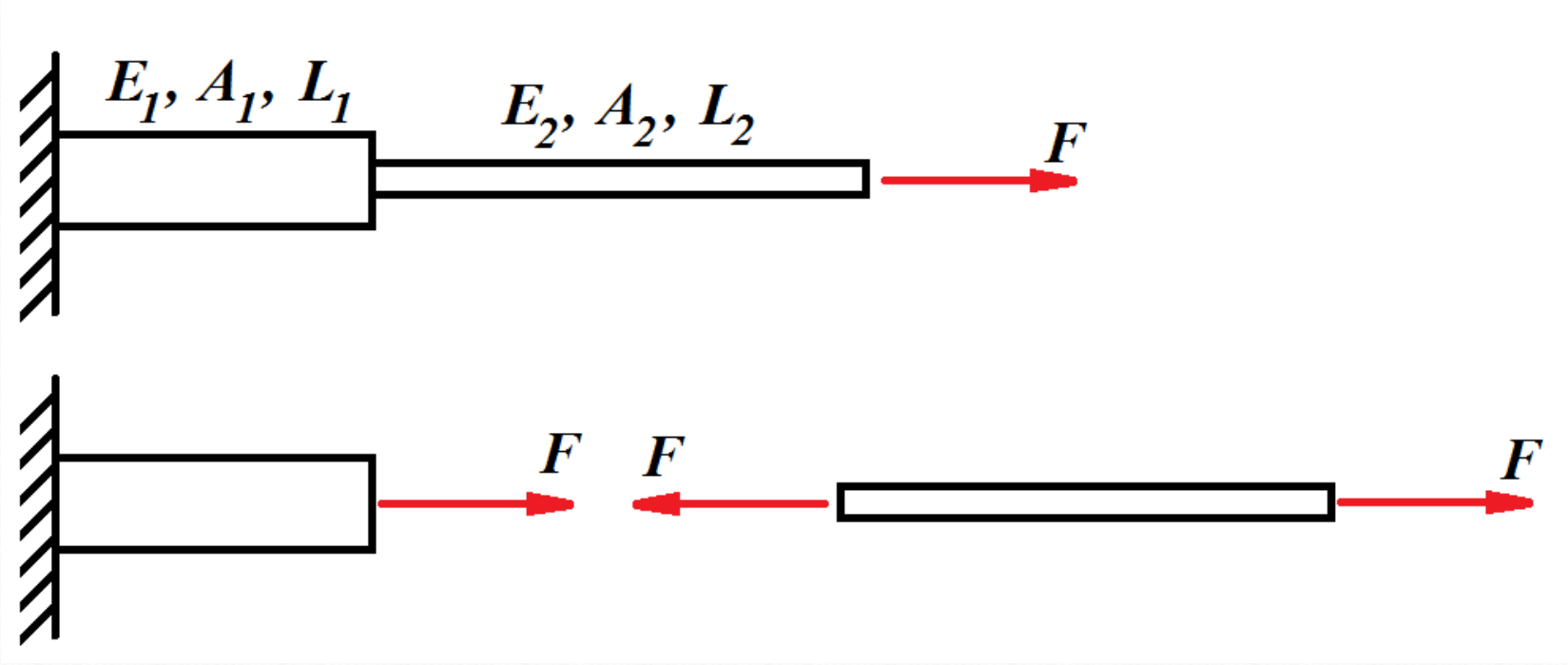
$$F = F(\delta),$$

$$F - F_{\circ} = \left.\frac{dF}{d\delta}\right|_{\delta=\delta_{\circ}} (\delta - \delta_{\circ}) + \frac{1}{2!}\left.\frac{d^{2}F}{d\delta^{2}}\right|_{\delta=\delta_{\circ}} (\delta - \delta_{\circ})^{2} + \cdots$$

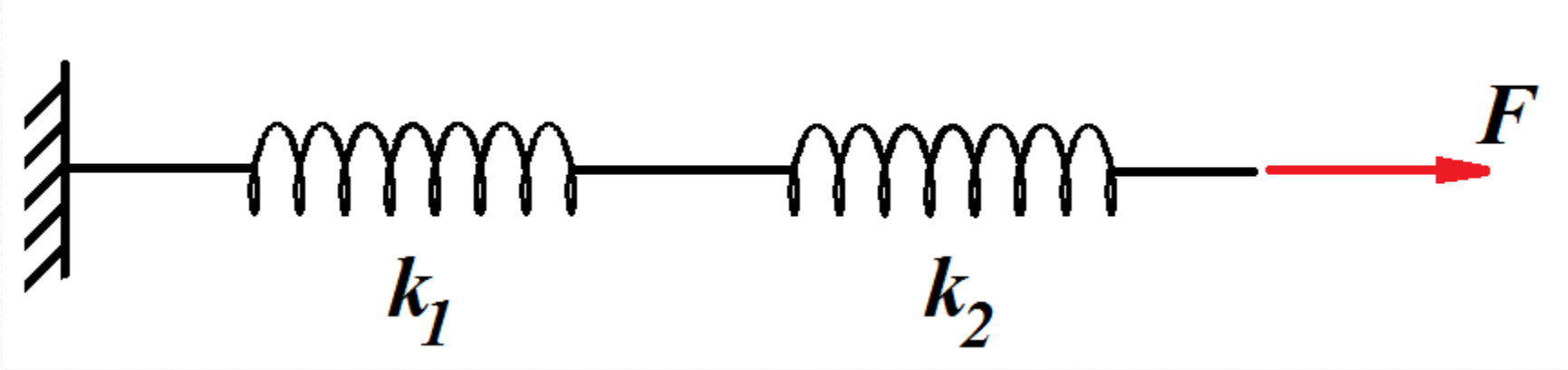
$$\bar{F} = k\,\bar{\delta}$$

$$\bar{F} = F - F_{\circ}, \qquad \bar{\delta} = \delta - \delta_{\circ}, \qquad k = \left.\frac{dF}{d\delta}\right|_{\delta=\delta_{\circ}}$$

فنرهای سری



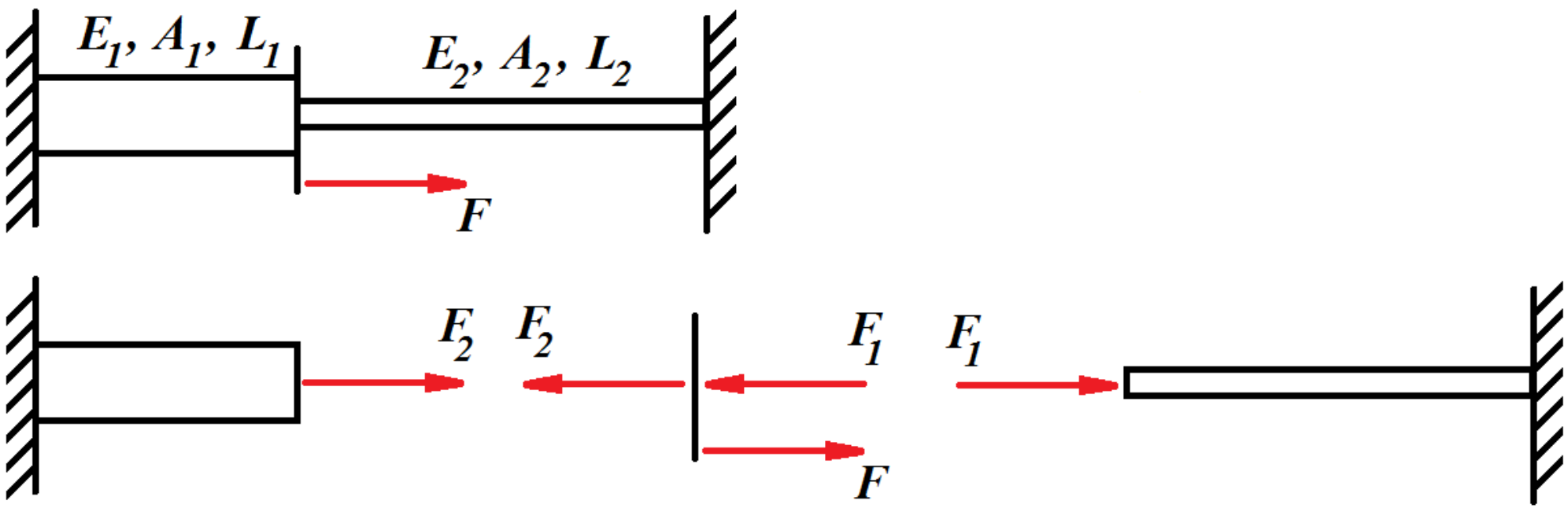
فنرهای سری



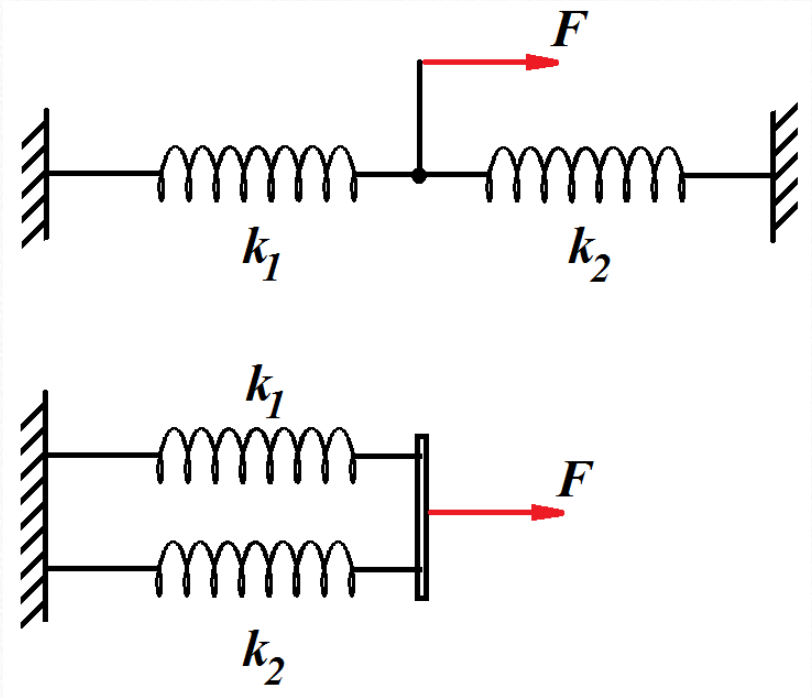
$$\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2} \quad \Rightarrow \quad k=\frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}$$

$$k=\lim_{\frac{k_1}{k_2}\to\infty}\frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}=k_2$$

فنرهای موازی



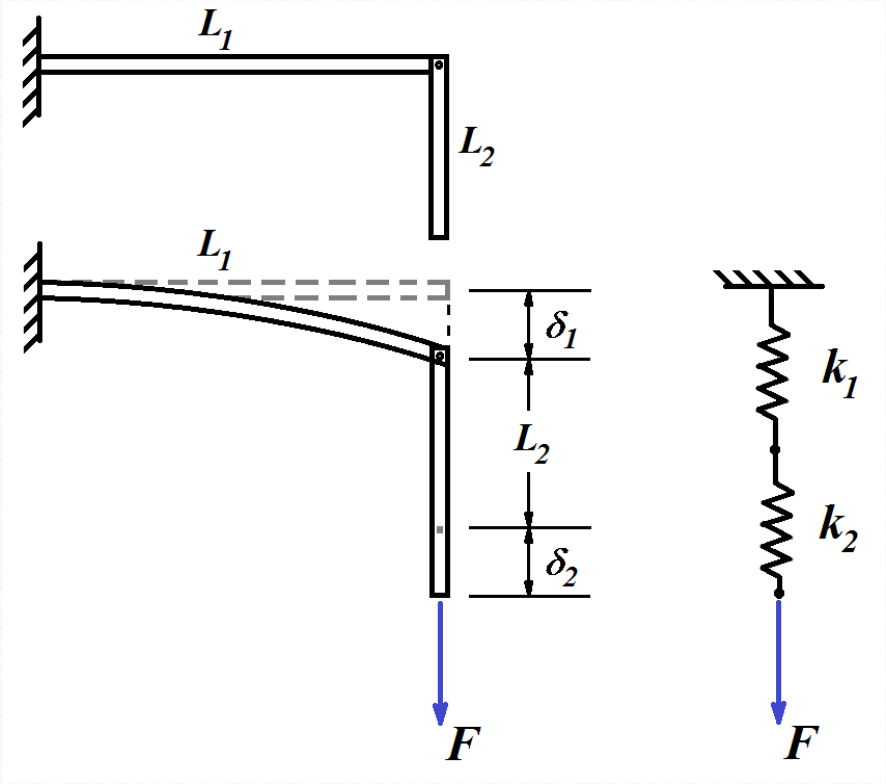
فنرهای سری و موازی

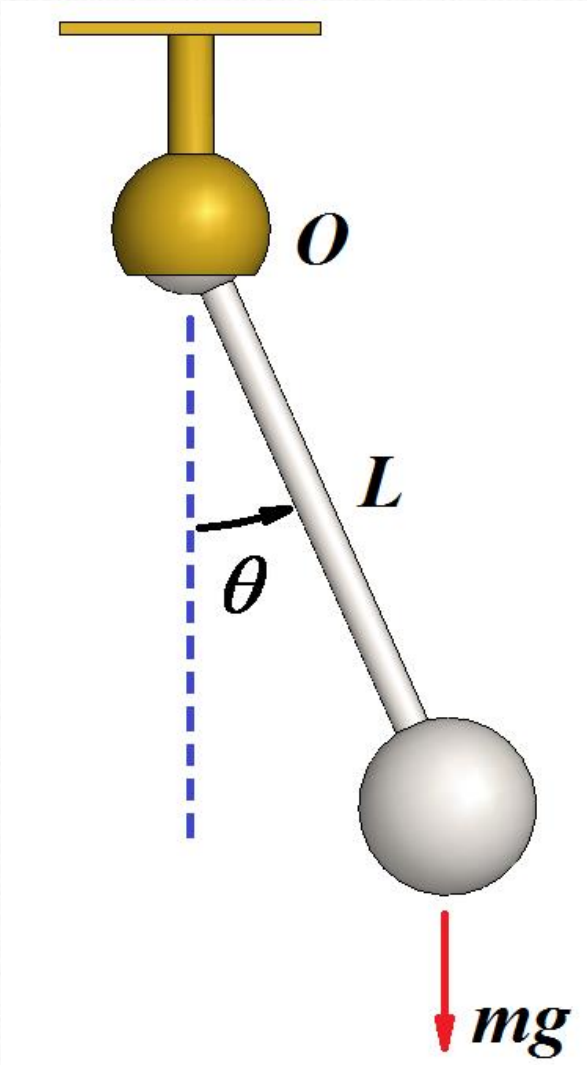


$$k = k_1 + k_2$$

$$k = \lim_{\frac{k_1}{k_2} \to \infty} (k_1 + k_2) = k_1$$

مثال



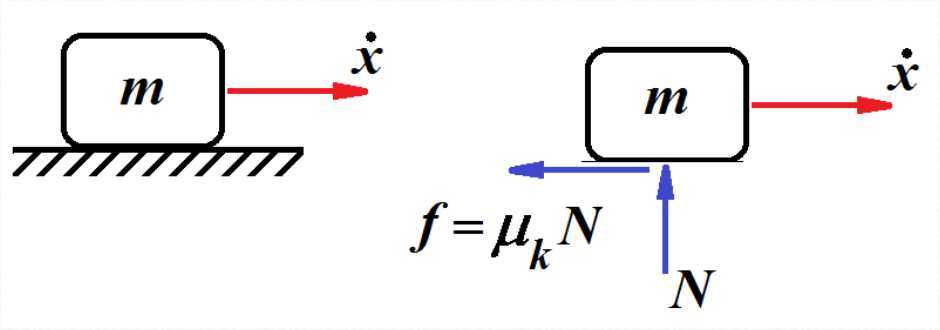


گرانش زمین می
تواند نقش نیروی
بازگرداننده (سختی)
را داشته باشد

میراگرها

- میراگرهای اصطکاکی
- میراگرهای ویسکوز
- میراگرهای هیسترزیس

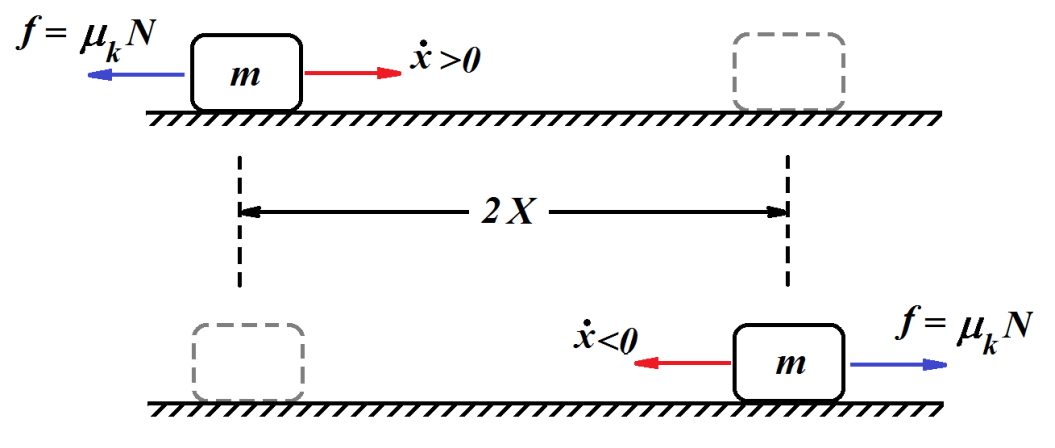
میراگرهای اصطکاکی



$$|F| = \mu_k N$$

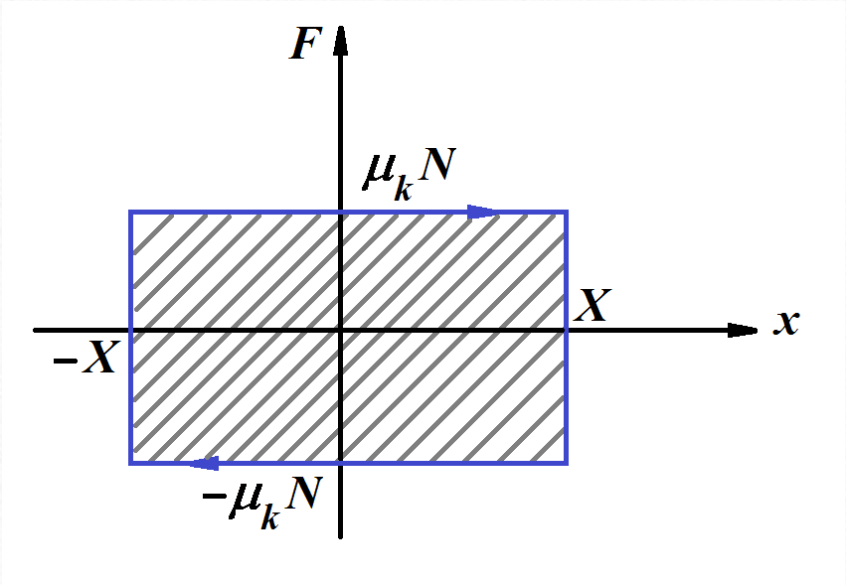
$$F = -\mu_k N \, sign(\dot{x})$$

$$x(t) = X \sin(\omega t)$$



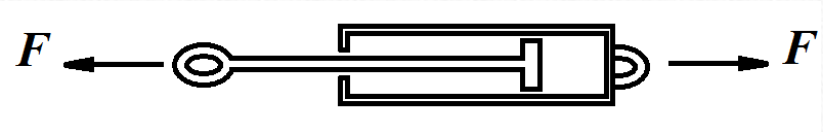
$$x(t) = X \sin(\omega t)$$

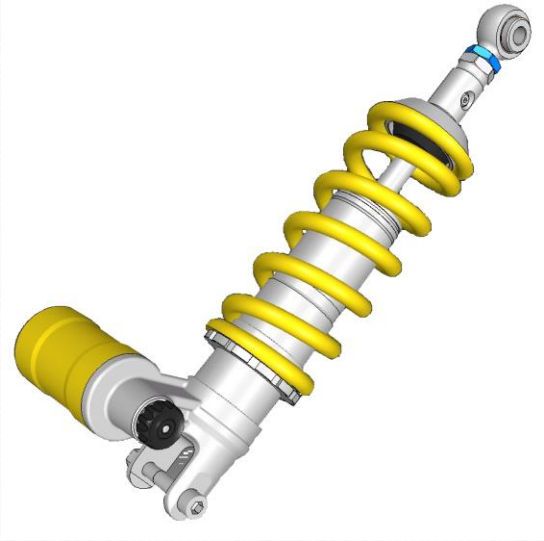
$$W_d = (۲X)(-\mu_k N) + (-۲X)(\mu_k N) = -۴\mu_k N\, X$$



تغییرات نیروی اصطکاک در حرکت هارمونیک

میراگرهای ویسکوز

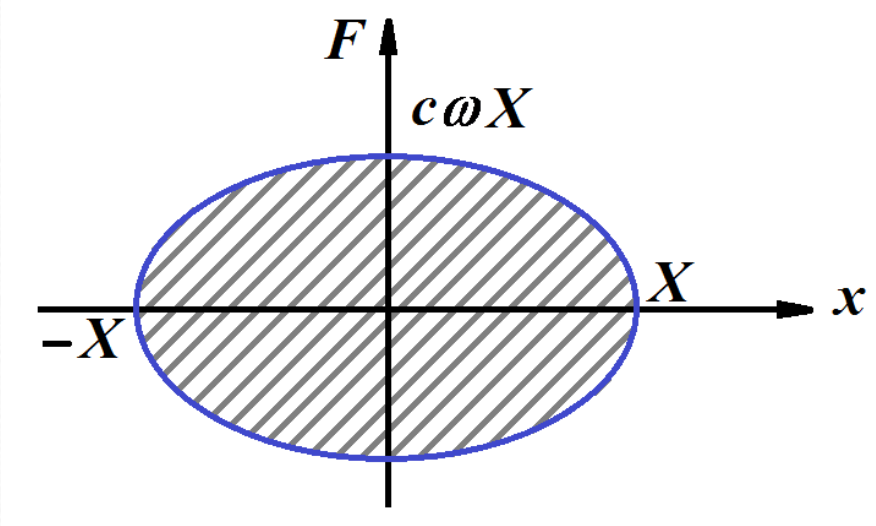




$$x(t) = X \sin(\omega t)$$

$$F = -c\,\dot{x} = -c\,\omega\,X \cos(\omega t)$$

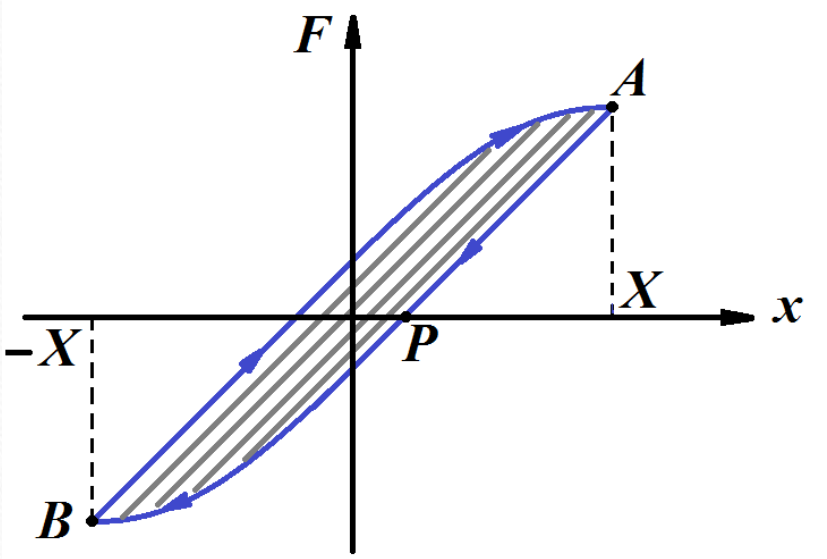
$$W_d = \oint_{1\,cycle} F dx = \oint_{1\,cycle} c\,\dot{x}\,dx = \int_0^T c\,\dot{x}^2 dt = -\pi\,c\,\omega\,X^2$$



منحنی نیرو–جابجایی برای یک میراگر ویسکوز

میراگرهای هیسترزیس

$$W_d = -\alpha X^{۲}$$

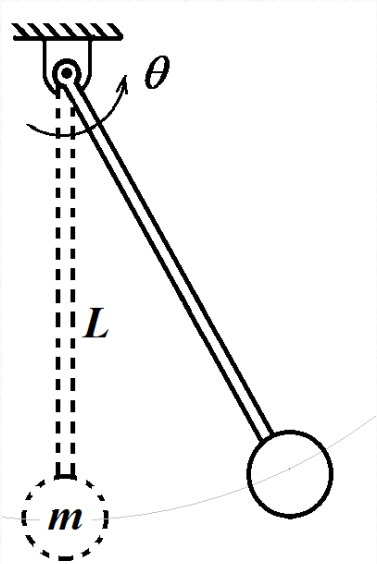


منحنی نیرو–جابجایی برای یک میراگر هیسترزیس

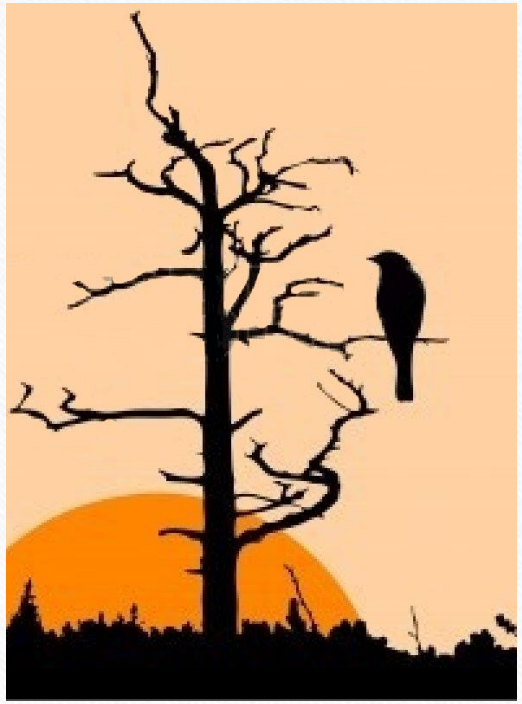
مدلسازی گسسته

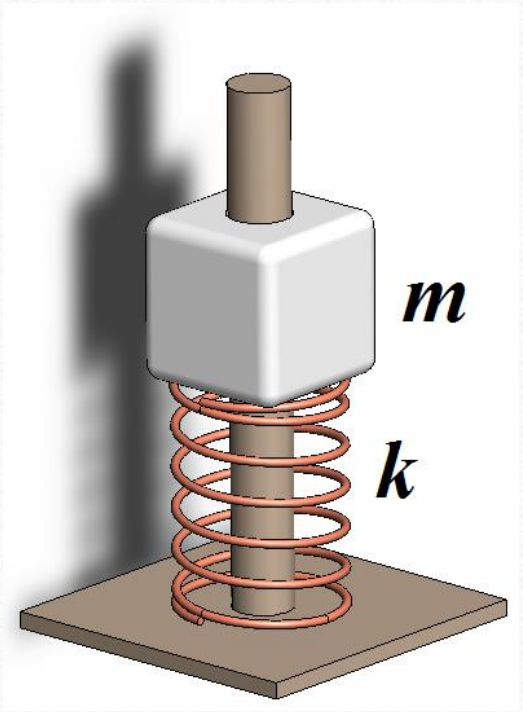
- اجسامی را که دارای سختی زیادی هستند، به عنوان اجسام صلب مدل می کنیم.
- اجسام انعطاف پذیر را به عنوان فنرهای الاستیک مدل می کنیم.
- اگر جرم بخش های الاستیک در مقایسه با بخش های صلب ناچیز باشد، از آن صرفنظر می نماییم، در غیر این صورت جرم آنها را به بخش های صلب نسبت می‌دهیم.
- اگر در درون مجموعه، میراگرهای ویسکوز و اصطکاکی میرایی قابل توجهی را ایجاد نمایند، از میرایی معادل بخش های انعطاف پذیر (میرایی هیسترزیس یا میرایی سازه ای) صرفنظر می کنیم.

مثال



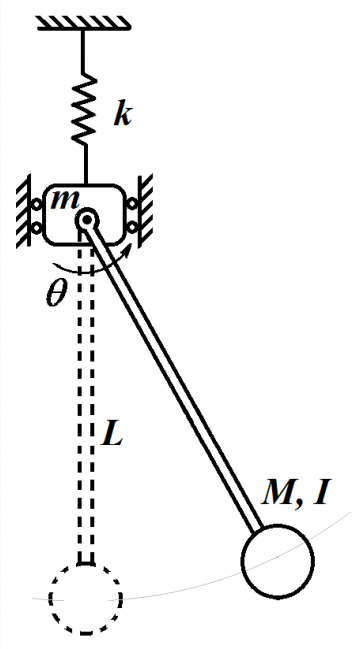
مثال

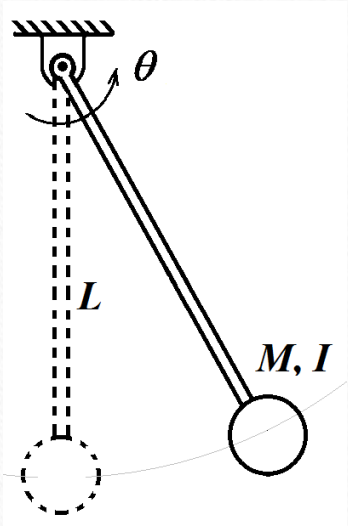




مثال

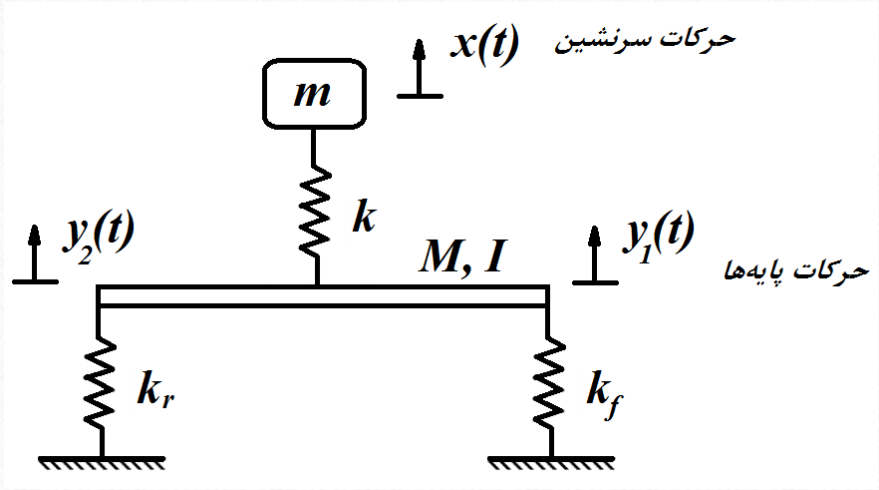
مثال

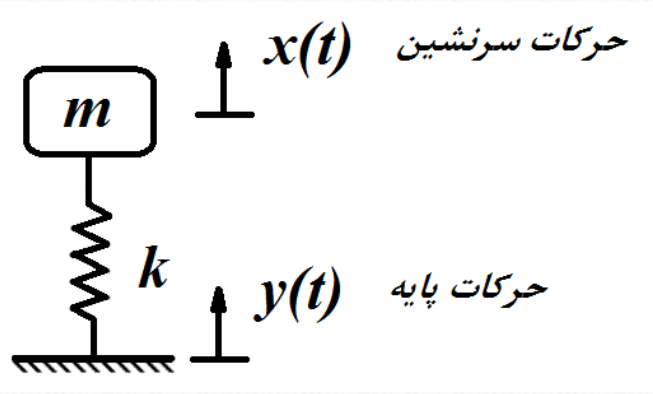




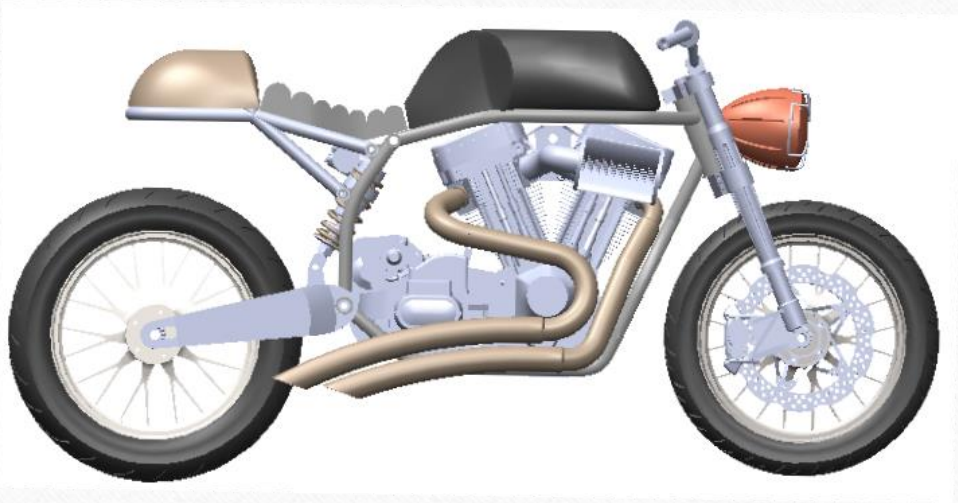
مثال

مثال

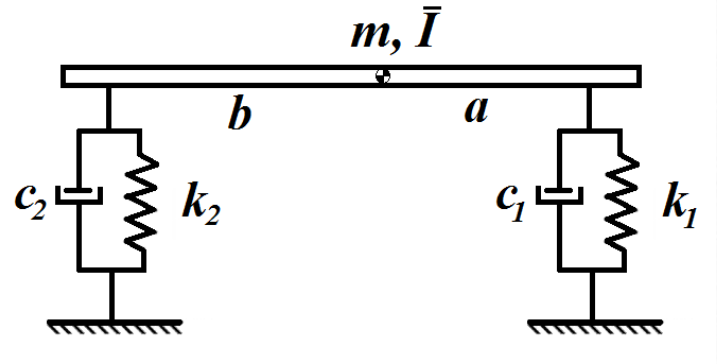

x(t)
حرکات سرنشین
m
k
y2(t)
M, I
y1(t)
حرکات پایه‌ها
kr
kf

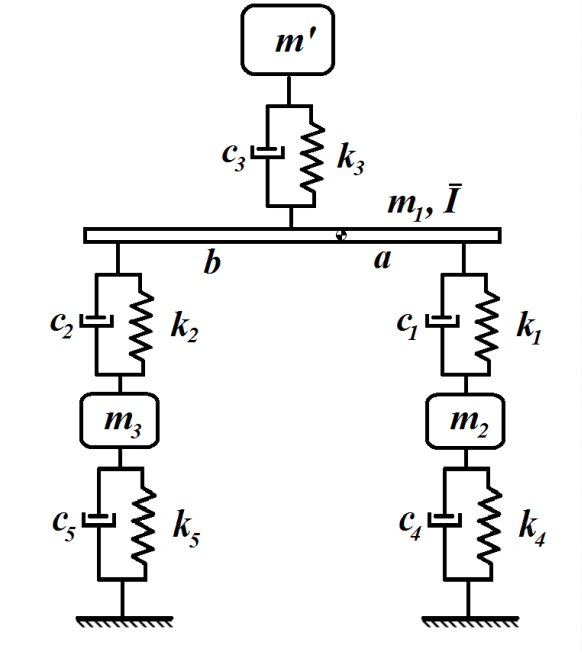

x(t)
حرکات سرنشین
m
k
y(t)
حرکات پایه

مثال

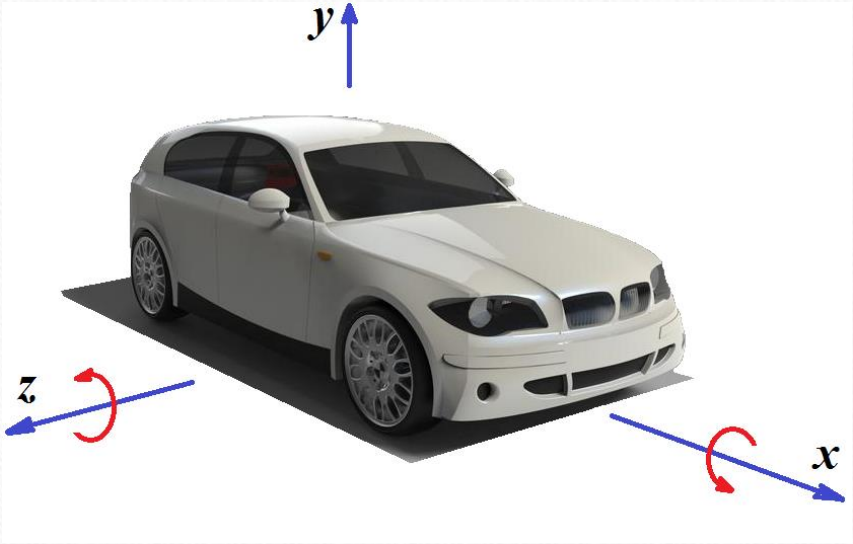


مثال

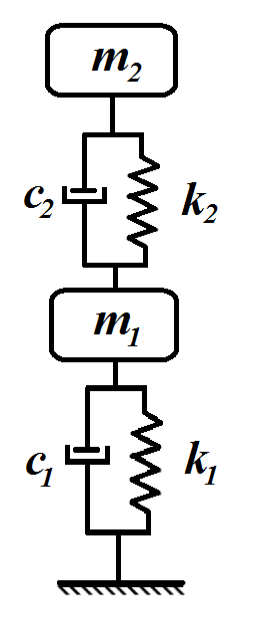


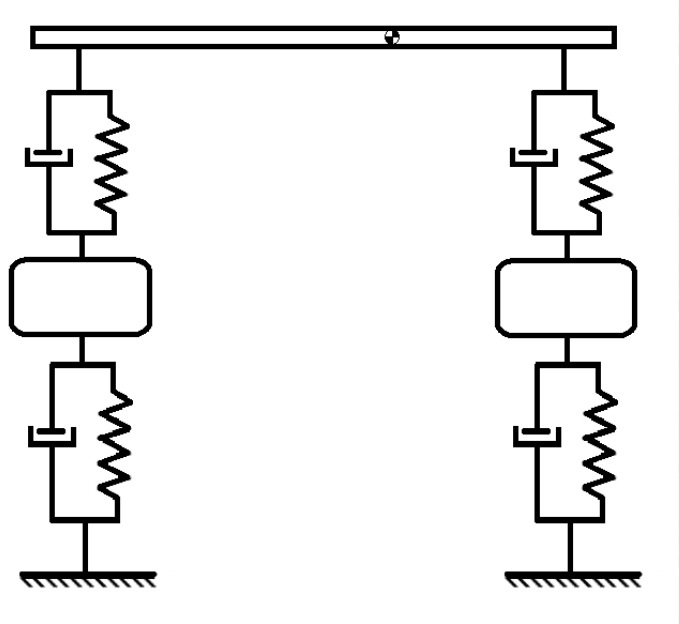


مثال

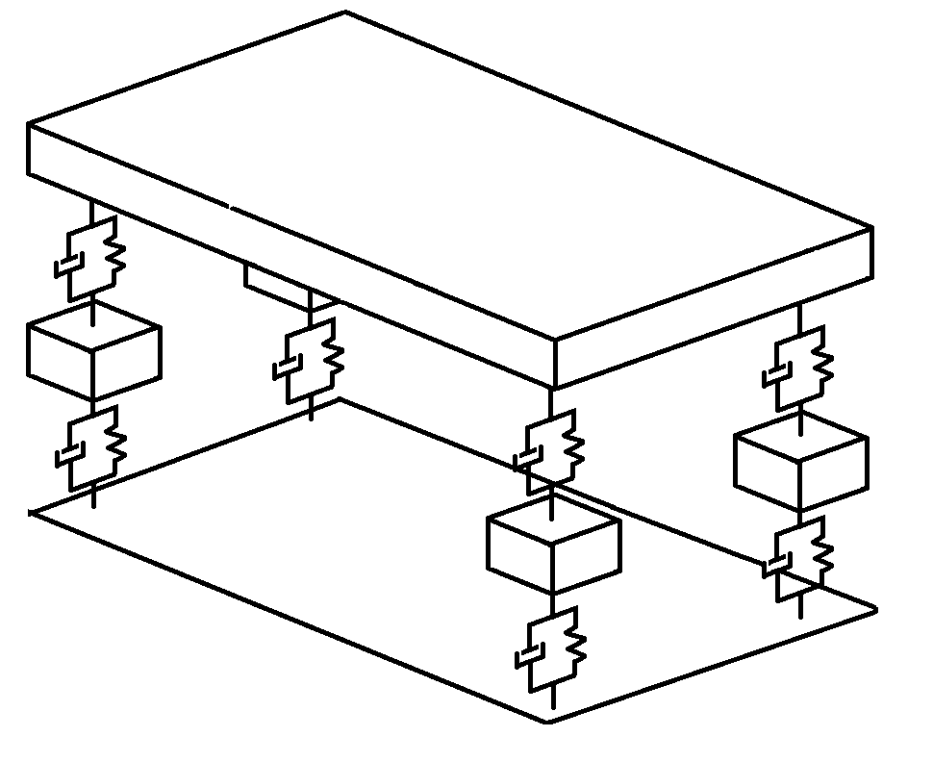


مثال

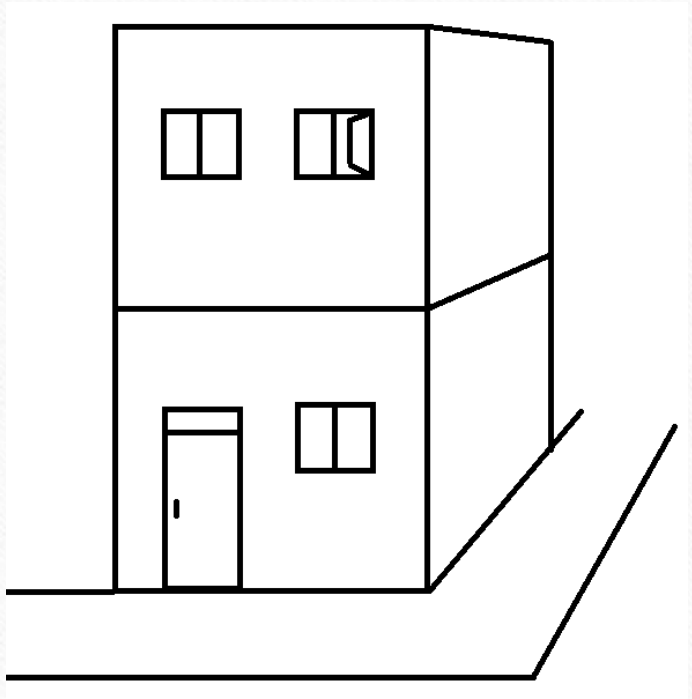


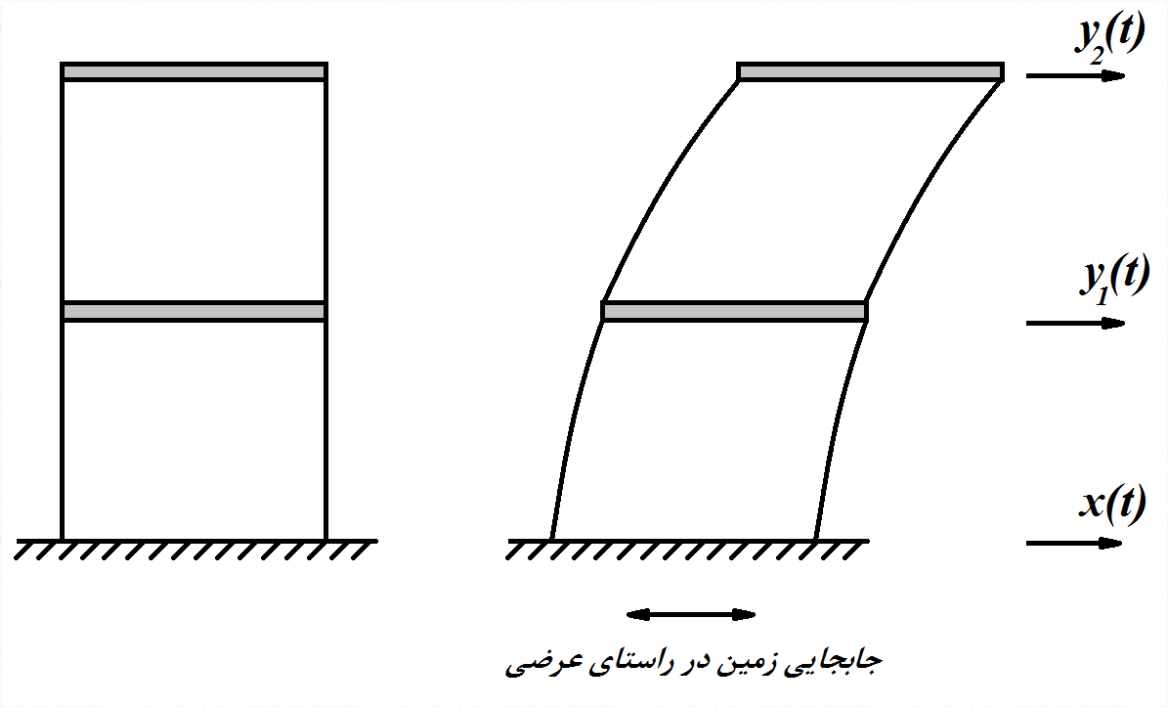


مثال



مثال





جابجایی زمین در راستای عرضی

مثال