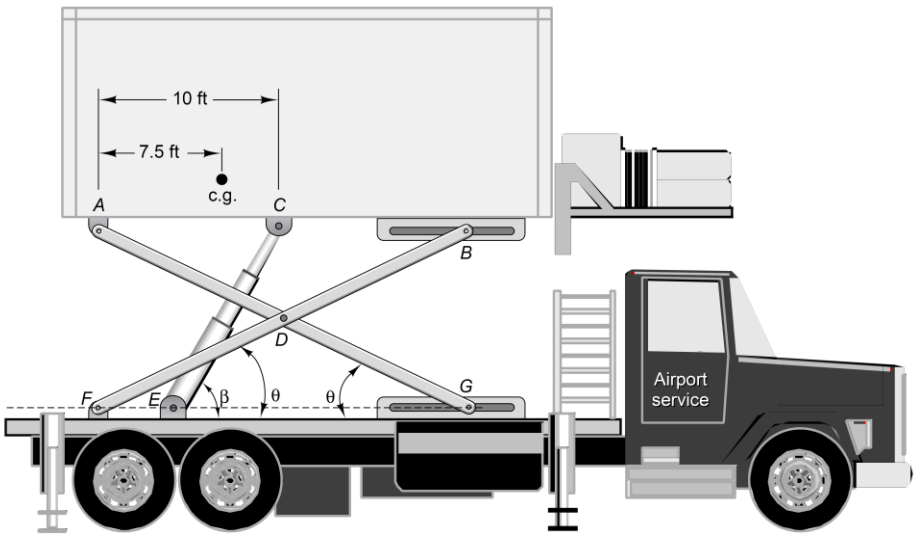
فصل سوم

سازه ها



۳-۱- سازه‌ها:

یک سازه مهندسی، مجموعه‌ای از اعضای به هم پیوسته است که جهت تحمل و یا انتقال نیروها به هم متصل شده‌اند تا در مقابل بارهای وارده به صورت مطمئن و ایمن، مقاومت کنند.

برای تحلیل نیروها در سازه‌ها، ضروری است که اعضای تشکیل دهنده سازه از یکدیگر مجزا شوند و دیاگرام آزاد جسم برای هر عضو مجزا و ترکیب‌های اعضای مشخص، به طور جداگانه مورد تحلیل قرار گیرد تا نیرو های داخلی سازه‌ها تعیین شوند. لازمه اینگونه تحلیل رعایت دقیق قانون سوم نیوتن است که بیان می دارد، هر کنشی با یک واکنش مساوی و معکوس همراه می باشد. در اینجا فقط سازه‌های معین استاتیکی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۲- انواع سازه:

انواع سازه‌ها به خرپاها، قاب‌ها و ماشین‌ها تقسیم می شوند.

۳-۲-۱- خرپاها:

مجموعه‌های مفصلی یا خرپا، سازه هایی هستند که از تعدادی میله صلب که توسط مفصل - های بدون اصطکاک به یکدیگر متصل شده‌اند، تشکیل می‌گردند. در عمل اتصالات میله‌ها به صورت مفصل نیستند، بلکه به صورت پرچ، جوش یا پیچ سفت شده‌اند. (شکل ۳-۱ انواع خرپاها را نشان می دهد.)

۳-۲-۱-۱- خصوصیات خرپاها:

اعضای خرپا فقط تحت تاثیر نیروهای محوری فشاری یا کششی قرار می‌گیرند

۱- نیروهای خارجی موثر، نیروهای منفردی هستند که در مفصل‌ها بر خرپا اثر می‌کنند.
۲- از وزن اعضاء صرفنظر می شود.
۳- اعضاء توسط مفصل‌هایی بدون اصطکاک به هم متصل می شوند.
۴- اعضاء محور مستقیم دارند یعنی عضوهایی دو نیرویی هستند که تحت تاثیر دو نیرو در حالت تعادل قرار دارند. (شکل ۳-۲)

هرگاه بتوان تمام نیروهای داخلی یک سازه را فقط با استفاده از معادلات تعادل بدون در نظر گرفتن تغییر شکل های آن بدست آورد آن سازه را ایزواستاتیک می نامند، در غیر این صورت سازه موسوم به هیپراستاتیک می باشد.

۲-۱-۲-۳- روش حل خرپاها:

خرپا ها به دو روش مورد تحلیل قرار می گیرند.

۱- *روش گره*

۲- *روش مقطع*

الف- روش گره‌ها:

در روش گره‌ها (مفصل‌ها) برای تعیین معادلات تعادل نیرو ها از گره استفاده می شود. از آنجا که اعضای خرپا دو نیرویی بوده و هر عضو یک نیرو در امتداد خودش به گره اعمال می کند. نیرو ها در محل گره ها متقارب می باشند و از این لحاظ شرایط تعادل نیروها در گره‌ها مثل شرایط تعادل نقطه عادی می باشد بنابراین تعادل گره‌ها عبارتست از:

$$\sum F_x = 0 \quad , \quad \sum F_y = 0 \qquad (۳-۱)$$

روش تحلیل گره‌ها:

برای حل مسائل مربوط به خرپا به روش تحلیل گره‌ها مراحل زیر بایستی رعایت شود.

۱- گره ها نامگذاری شوند.

۲- دیاگرام آزاد کل خرپا ترسیم گردد.

۳- با اعمال سه معادله تعادل بر کل سازه واکنش‌های تکیه‌گاهی تعیین شود.

۴- دیاگرام آزاد اعضاء و گره‌های خرپا به صورت جدا از هم رسم گردد.

۵- بر نمودار آزاد هر گره، می توان دو معادله تعادل زیر را اعمال نمود.

$$\sum F_x = 0 \quad , \quad \sum F_y = 0$$

در طی مراحل حل بالا موارد زیر را بایستی در نظر گرفت.

شناسایی اعضاء با نیروی صفر برای شرایط بارگذاری مفروض، تحلیل خرپا به کمک روش گره‌ها را آسان می کند. مفصل‌ها فقط نیروها را انتقال می دهند و گشتاورها منتقل نمی شوند.

بهتر است تمام نیروی مجهول به صورت کششی انتخاب شوند. در این حالت اگر انتخاب صحیح باشد، جواب به صورت مثبت در می‌آید و اگر انتخاب درست نباشد جواب به صورت منفی در می‌آید.

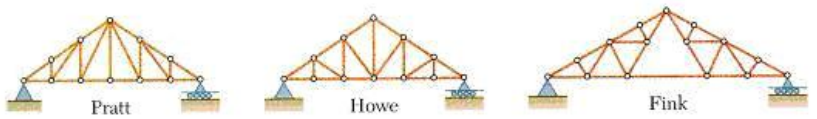
ب- روش مقطع:

در روش مقطع برای تعیین نیروهای داخلی اعضاء خرپا به جای اعمال شرایط تعادل بـر یـک گره، شرایط تعادل برای قسمتی از خرپا که از قسمت های مجاور جدا شده اعمال مـی‌گـردد. در این حالت از هر سه معادله تعادل در حالت صفحه ای استفاده می شود.

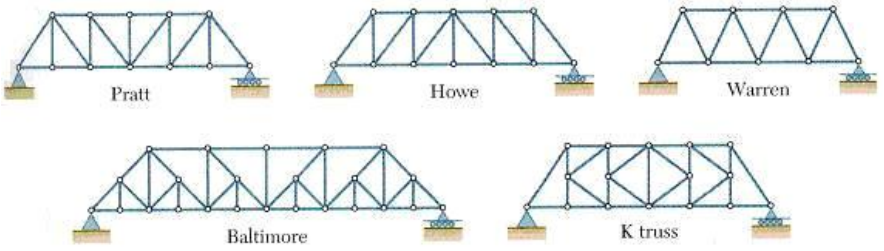
$$\sum M_z = 0 \quad ، \quad \sum F_y = 0 \quad ، \quad \sum F_y = 0 \qquad (۳-۲)$$

در این روش باید در انتخاب مقطع فرضی دقت نمود که این مقطع بیش از سه عضو مجهـول را قطع نکند، زیرا سه معادله وجود دارد که مستقل از هم هستند. نقطه گشـتاورگیری بـرای نوشتن معادله گشتاور کاملاً اختیاری است.

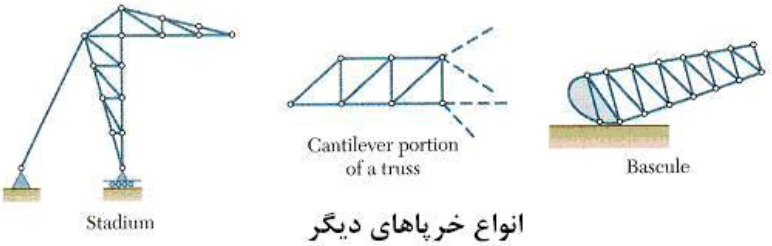
نیروی یک عضو در خرپا باید در دو قسمت مختلف العلامت باشـد. در روش مقطـع بـرش را باید جایی زد که حداقل اعضاء مجهـول را شـامل شـود. در روش مقطـع بـرش بایـد شـامل اعضایی باشد که امتداد آنها از مرکز گشتاورگیری عبور نماید.



انواع خرپاهای شیروانی

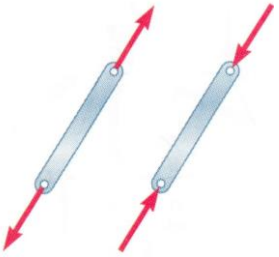


انواع خرپاهای مخصوص پل



انواع خرپاهای دیگر

شکل ۳-۱



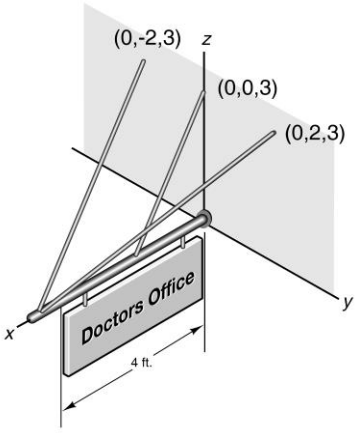
شکل ۳-۲

۳-۲-۲- خرپای فضایی:

خرپا را در حالت سه بعدی خرپای فضایی گویند و شرط تعادل آن، تعادل در نیرو و گشتاور سه محور است. شکل ۳-۳ یک نوع خرپای فضایی را نشان می‌دهد.

$$\sum F = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0 \ , \ \sum F_y = 0 \ , \ \sum F_z = 0 \qquad (۳-۳)$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow \sum M_x = 0 \ , \ \sum M_y = 0 \ , \ \sum M_z = 0 \qquad (۳-۴)$$



شکل ۳-۳

۳-۳- قاب ها و ماشین ها:

این دسته از سازه‌ها از اعضای چند نیرویی تشکیل شده‌اند که تحت تاثیر نیروها و گشتاور های خارجی در نقاط داخلی هستند. به عبارتی دیگر سازه‌ای است که حداقل یکی از اعضای آن یک عضو چند نیرویی باشد. تعیین یا تحلیل نیروها در قابها و ماشین ها معادلات تعادل یکی از موضوعات اولیه استاتیک می باشد. برای قابلیت و توانایی در طراحی قابها و ماشین‌ها وابسته به دانش نیرو های اثر کننده بر روی هر قسمت یا ماشین می باشد. یک قاب را می‌توان به عنوان یک سیستم دو یا بیشتر از دو عضو جهت حمل بار طراحی نمود و یک ماشین هم به عنوان سیستمی که دارای دو عضو و یا بیشتر می باشد و برای انتقال نیرو طراحی شده ضرورتی جهت روشن‌شدن اختلاف بین قاب و ماشین وجود ندارد. در بیشتر نمونه ها یک سیستم مرکب وظیفه هر دوی ماشین و قاب را انجام می دهد.

۳-۳-۱- قاب ها:

قاب‌ها سازه‌هایی هستند که برای تحمل نیروهای وارده طراحی می شوند، معمولاً مکان قاب‌ها ثابت است و این تحمل بار در شرایط استاتیکی است. قاب‌ها به دو دسته تقسیم

می شوند. دسته اول قاب‌های صلب که اگر از تکیه‌گاه خود جدا شوند، هنوز یک جسم صلب می باشند. دیگری غیرصلب که اگر از تکیه‌گاه خود جدا شود، صلبیت خود را از دست می دهند و تغییر هندسی بر اساس نیروهای وارده پیدا می‌کند.

جهت حل قاب‌ها و ماشین‌ها ابتدا نمودار آزاد کل سیستم به عنوان یک جسم واحد ترسیم، نیروهای واکنش تکیه‌گاهی محاسبه می شوند. سپس نیروهای وارد بر هر عضو سیستم به هم پیوسته را می‌توان با جدا کردن اعضاء و رسم نمودار جسم آزاد و با به کار بردن معادله تعادل به کار برد. (شکل۳-۴)

۲-۳-۳- ماشین‌ها:

ماشین‌ها سازه‌هایی هستند که نیروها و گشتاورهای ورودی را به نیروها و گشتاورهای خروجی تبدیل و منتقل می‌کند، شامل یک یا چند عضو متحرک هستند. در حل این سازه نیز معادلات تعادل و گشتاور در مورد اعضاء اعمال می‌گردد تا مجهولات مورد نظر محاسبه گردند. در این محاسبات اصل کنش و واکنش باید اعمال گردد. (شکل ۳-۵)

درحل مسائل فرآیند قاب و ماشین، رعایت نکات زیر ضروری به نظر می‌رسد.

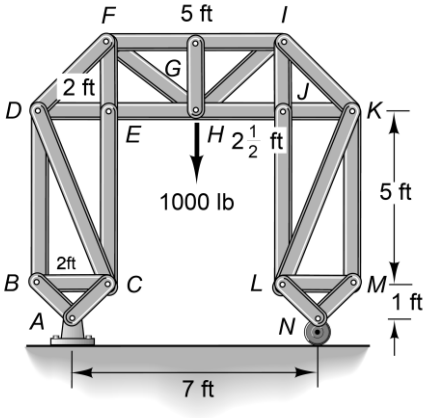
۱- دیاگرام آزاد جسم برای تحلیل ترسیم می‌گردد. دیاگرام آزاد جسم به توضیح و روشن‌شدن اطلاعاتی که معلوم بوده و اشاره به مجهولات کمک می کند و به جهت گیری حل مساله کمک می کند.

۲- فکر کنید، بیشتر مسائل به درستی بیشتر از یک روش قابل حل هستند. قبل از نوشتن هر معادله‌ای، تصمیم بگیرید، معادلاتی عرضه شوند که راحت‌ترین پاسخ را ارائه دهد.

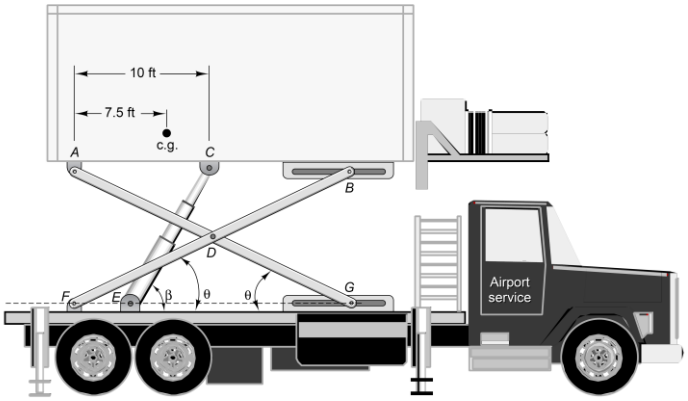
۳- معادلات تعادل مورد نیاز را بنویسید.

۴- معادلات را حل کنید.

۵- جواب را چک کنید.



شکل ۳-۴



شکل ۳-۵

۳-۳-۳- استراتژی و ایده‌ها جهت حل مسائل قاب‌ها و ماشین‌ها

۱- هیچ معادله ای تا عملی شدن طرح و نقشه نوشته نشود.

۲- توسعه استراتژی جهت حل مسائل با ترسیم دیاگرام آزاد کامل قاب یا ماشین و هر کدام از زیر مجموعه‌های آنها. یادآوری می‌شود که دیاگرام آزاد جسم کامل مساوی با مجموع دیاگرام آزادهای بخش های زیر مجموعه آنها می باشد.

۳- جستجو برای یافتن هر عضو دو نیروئی.

۴- قابل ذکر است، برای هر دیاگرام آزاد جسم سه معادله می توان نوشت.

۵- مزیت‌های معادله گشتاور جهت حذف مجهولات فراموش نشود.
۶- بعد از تحلیل تمام دیاگرام آزادهای مربوط به جسم، ساده‌ترین روش جهت گرفتن پاسخ بدون نوشتن معادلات اضافی جستجو گردد. این کار نقشه مورد نظر را کامل می‌کند.
۷- یکباره نقشه فرموله می شود. معادلات لازم جهت حل و به دست آوردن مجهولات نوشته می شوند.

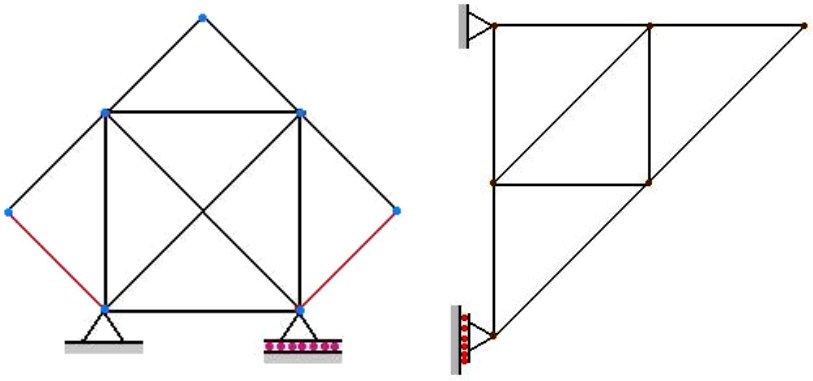
۴-۳- معیار معین بودن یک سازه:

اکنون اصول استاتیکی معین‌بودن در رابطه با سازه‌های صفحه‌ای و فضایی بیان می‌گردد. سه دسته قاب یا خرپا در مفهوم وجود دارد، هر چند که یکی از آنها عملی نیست.

الف- *Under Stiff*: اگر معادلات تعادل بیشتر از نیروهای مجهول یا عکس‌العمل‌ها باشد، سیستم ناپایدار بوده و یک سازه نیست اما یک مکانیزم است.

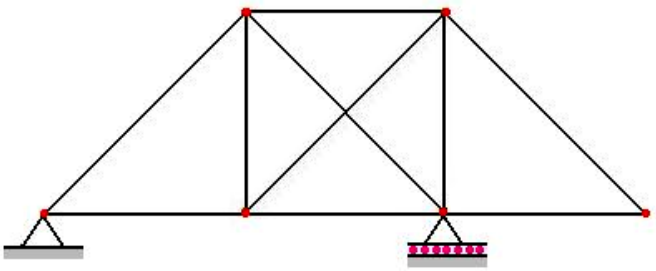
ب) *Just Stiff*: این معین بودن استاتیکی می‌باشد و در این حالت تعداد معادلات تعادل مساوی تعداد نیروهای مجهول می باشد. اگر عضوی حذف گردد آنگاه یک قسمت یا کل سازه متلاشی می‌گردد.

ج) *Over Stiff*: به طور استاتیکی نامعین است و حالتی است که تعداد معادلات تعادل موجود کمتراز تعداد نیرو های مجهول می باشد و حداقل یک عضو بیشتر از عضو های مورد نیاز برای قاب جهت *Just Stiff* وجود دارد. شکل‌های (۳-۶) مثالی از هر سه شرط را نشان می دهد.



ب الف

شکل ۳-۶



ج

شکل ۳-۶

در عمل مفید است که سه حالت ذکر شده به فرم ریاضی بیان می گردد. فرض کنید تعداد اتصالات شامل نقاط تکیه گاهی ، در یک قاب j باشد و تعداد عضو ها m و تعداد عکس العمل ها γباشد. حال برای یک قاب فضایی سه معادله تعادل قابل کاربرد برای هر اتصال وجود دارد.

$$\sum F_x = 0 \quad , \quad \sum F_y = 0 \quad , \quad \sum F_z = 0$$

بنابراین $3j$معادله برای تعیین $m+r$نیرو و عکس العمل مجهول وجود دارد و حالت معین بودن از لحاظ استاتیکی به صورت زیر نشان داده می شود.

$$3j = m + r \qquad (۳-۵)$$

هنگامی‌که $3j \succ m+r$ باشد، عضوها فرم یک مکانیزم را دارند و برای $3j \prec m+r$ قاب *Over Stiff* یا مازاد بر احتیاج و بنابراین از لحاظ استاتیکی نامعین است. شش معادله برای تعادل کلی وجود دارد، بنابراین حداقل مقدار r، هنگامی که معیار بالا برای هر سیستم بارگذاری عمومی مجاز است، شش می باشد. آرایش‌های مشخص بارگذاری نتیجه‌اش کمتر از شش عکس‌العمل مورد نیاز است. برای قاب‌هایی که تنها در یک صفحه قرار دارند، تنها دو معادله تعادل در هر اتصال وجود دارد و بنابراین روابط بالا به شکل زیر است:

$$2j \prec m+r \text{ ، } 2j = m+r \text{ ، } 2j \succ m+r \qquad (۳-۶)$$

حداقل مقدار برابر r در این عبارت‌ها بایستی برابر فرم های‌عمودی بارگذاری سه بارباشد، اما ممکن است تحت شرایط معین کمتر باشد. معیار بالا برای یک قاب *Just Stiff* لازم است اما شرط کافی نیست، زیرا آرایش عضوها ممکن است هنوز سفتی مورد نیاز را مهیا نکند.

برای خرپایی که معین استاتیکی خارجی باشد، رابطه‌ای معین بین تعداد اعضاء و تعداد مفاصل مورد نیاز برای پایداری داخلی بدون وجود اعضای زائد برقرار خواهد بود. برای هر

مفصل دو معادله تعادل اسکالر نیرو می‌توان نوشت. که در آن تعداد مفصل j و تعداد عضوها با m روابط زیر برقرار است.

۱- اگر $m \succ 2j-3$ خرپا از نظر استاتیکی نامعین است.(هیپراستاتیک)

۲- اگر $m = 2j-3$ خرپا از نظر استاتیکی معین است.(ایزواستاتیک)

۳- اگر $m \prec 2j-3$ خرپا فرو می ریزد.

برای یک خرپای فضایی که متشکل از m عضو دو نیرویی و j مفصل می باشد روابط زیر برقرار است.

۱- خرپا از نظر استاتیکی نامعین (هیپر استاتیک) $m \succ 3j-6$

۲- خرپا از نظر استاتیکی معین (ایزو استاتیک) $m = 3j-6$

۳- خرپا ناپایدار است و فرو می ریزد. $m \prec 3j-6$

می توان نتیجه گرفت، یک خرپای فضایی که از نظر استاتیکی معین باشد نباید بیش از ۶ مولفه مجهول تکیه گاهی داشته باشد.