مسائل تمرینی رشد ترک خستگی

۱-نشان دهید که معادله‌ی پاریس را می‌توان به فرم زیر نوشت که در آن $\Delta\delta_t$ تغییر جابجایی بازشدگی نوک ترک، E مدول الاستیسیته، v نسبت پواسون و A یک ثابت است.

$$\frac{da}{dN} = A\left(\frac{E\sigma_{ys}}{1-v^2}\right)^{\frac{n}{2}}(\Delta\delta_t)^{\frac{n}{2}}$$

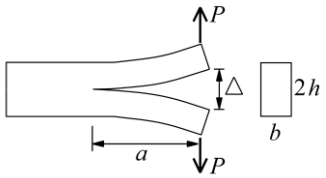
۲-الف) نشان دهید $\frac{da}{dN} = C(\Delta K_e)^n$ که در آن $C = \frac{A}{(1-R)^{n(1-\alpha)}}$ و $\Delta K_e = K_{max}(1-R)^{\alpha}$ محدوده‌ی فاکتور شدت تنش موثر والکر می‌باشد. ب) نمودار $\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n$ را برای فولاد ۴۳۴۰ با تنش تسلیم ۱۲۴۵ مگاپاسکال ترسیم نمایید. پارامترهای مورد نیاز به صورت زیر هستند.

$\sigma_{ts} = 1{,}296\ MPa,\ \ K_{IC} = 130\ MPa\sqrt{m},\ \ \alpha = 0.42,\ \ n = 3.24,$

$R = 0.7\ \ ,\ \ A = 5.11 \times 10^{-11}$

۳-یک نمونه‌ی تیر یک سرگیردار دوگانه در معرض بارگذاری نوسانی قرار گرفته است. طول ترک a، ضخامت نمونه b و ارتفاع آن $2h$ است. طول ترک در مقایسه با ابعاد مقطع تیر خیلی بزرگ‌تر است. ماده دارای خاصیت الاستیک خطی با مدول الاستیک E می‌باشد. با استفاده از قانون پاریس، تعداد سیکل‌های بارگذاری مورد نیاز برای رشد ترک از طول اولیه‌ی a_i تا طول نهایی a را بیابید.

$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^n$ ، الف) بار توصیف می‌شود، بار بین صفر و P_{max} تغییر می‌کند. ب) جابجایی توصیف می‌شود، جابجایی بین صفر و v_{max} تغییر می‌کند. (در شکل $\Delta = 2v_{max}$)



۴-یک سازه در معرض بار نوسانی (تنش حداقل مساوی صفر) قرار گرفته است. ترک‌های مدور ناشی از ساچمه‌زنی در سازه کشف شده‌اند. قطرهای ترک‌ها $2a_0$ هستند که خیلی کوچک‌تر از ضخامت ماده است. سازه از ماده‌ای ساخته شده است که قانون رشد ترک آن به فرم زیر است.

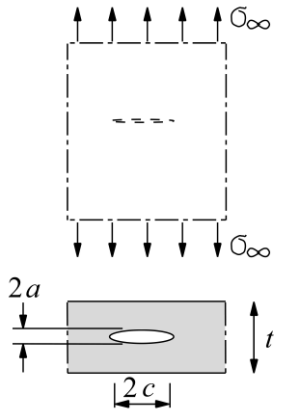
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^n$$

الف) بزرگ‌ترین محدوده تنش دور دست $\Delta\sigma_0$ را تعیین کنید که سازه در معرض آن قرار گرفته و رشد ترک مجاز نیست. ب) بیشینه محدوده‌ی تنش را تعیین کنید که سازه تا ۱۰ هزار سیکل بارگذاری شده و در جریان بارگذاری، ترک اجازه ندارد که تا حالت ناپایدار رشد نماید، بنابراین فاکتور ایمنی ۱/۵ لحاظ می‌شود. داده‌های مورد نیاز مساله به فرم زیر هستند.

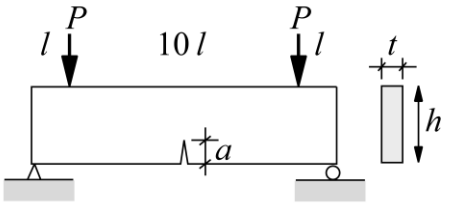
$a_0 = 0.0005$ m, $\sigma_Y = 620$ MPa, $\Delta K_{th} = 2$ MN/m$^{3/2}$,

$K_{Ic} = 36$ MN/m$^{3/2}$, $n = 4.0$ and $C = 1.12 \cdot 10^{-11}$ m^7/MN^4.

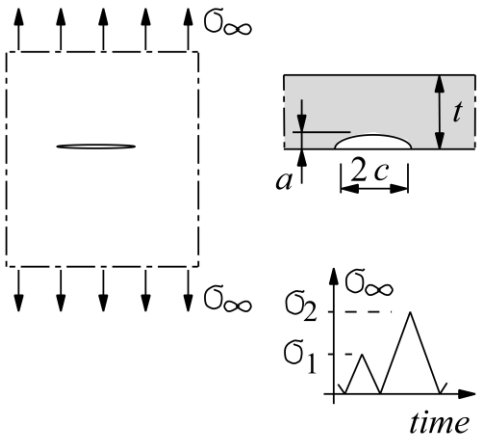
۵-یک ورق بزرگ به ضخامت t شامل یک ترک نیم‌بیضوی ایجاد شده مطابق شکل زیر می‌باشد. عمر سیکلی (تعداد سیکل‌ها تا شکست) را تعیین کنید. اگر الف) بار بین صفر و تغییرσ_∞ کند. ب) بار بین $0.5\sigma_\infty$ و σ_∞ تغییر کند. اثر مقدار میانگین فاکتور شدت تنش ناچیز در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌گردد که فرم ترک در جریان رشد آن حفظ می‌شود، یعنی نسبت منظر a/c در جریان انتشار ترک ثابت می‌ماند. با لحاظ کردن فاکتور ایمنی ۱/۴ از قانون پاریس برای انتشار ترک استفاده نمایید. ضخامت ورق ۱۰ سانتی‌متر، a_0 , c_0، به ترتیب ۱ و ۲ میلی‌متر، حد تسلیم ۱۲۰۰ مگاپاسکال، تغییرات فاکتور شدت تنش آستانه از $6\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}}$ کمتر، چقرمگی شکست مود اول کرنش صفحه‌ای $60\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}}$، پارامترهای انتشار ترک n مساوی ۴، σ_∞ برابر ۴۰۰ مگاپاسکال و C مساوی $5\times10^{-13}\mathrm{m}^7/\mathrm{MN}^4$ می‌باشد.



۶-یک تیر با ترک لبه‌ای توسط دو نیروی متقارن متغیر $P = P_0 sin\omega t$ مطابق شکل بارگذاری می‌شود. حد پایین‌تر عمر سیکلی تیر (فرض کنید هیچ نوع ترک دیگری مشاهده نشده است.) را تعیین کنید. قانون انتشار ترک پاریس را برای ماده‌ی مورد نظر با فاکتور ایمنی ۱/۵ در نظر بگیرید. طول ترک اولیه ۵ میلی‌متر، ضخامت ورق ۱۰ میلی‌متر، ارتفاع تیر ۱۰ سانتی‌متر، طول تیر یک متر، تنش حد تسلیم ۱۴۰۰ مگاپاسکال، تغییرات فاکتور شدت تنش آستانه $4\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}}$، چقرمگی شکست $70\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}}$، نیروی اولیه‌ی P_0 برابر ۴۲ کیلونیوتن و پارامترهای انتشار ترک، n مساوی ۴ و $C = 1\times10^{-13}\mathrm{m}^7/\mathrm{MN}^4$ هستند.



۷-یک ورق بزرگ به ضخامت t شامل یک ترک سطحی نیم‌بیضوی مطابق شکل در نظر بگیرید. بار شامل تکرار مکرر ۲ سیکل نشان داده شده در شکل می‌باشد. عمر باقیمانده‌ی مورد انتظار ورق را بر حسب تکرارهای مکرر تعیین کنید. فرض می‌گردد که ترک در جریان انتشارش، فرم خود را حفظ می‌کند. برای حل مساله از قانون پاریس و فاکتور ایمنی ۱/۴ استفاده نمایید. طول ترک اولیه ۲ میلی‌متر، ضخامت ورق ۱۰ سانتی‌متر، a_0 , c_0، به ترتیب ۲ و ۴ میلی‌متر، تنش حد تسلیم ۱۲۰۰ مگاپاسکال، تغییرات فاکتور شدت تنش آستانه $6\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}}$، چقرمگی شکست $70\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{m}}$ تنش‌های ۱ و ۲ برابر ۲۰۰ و ۴۰۰ مگاپاسکال و پارامترهای انتشار ترک، n مساوی ۴ و $C = 1\times10^{-13}\mathrm{m}^7/\mathrm{MN}^4$ هستند.

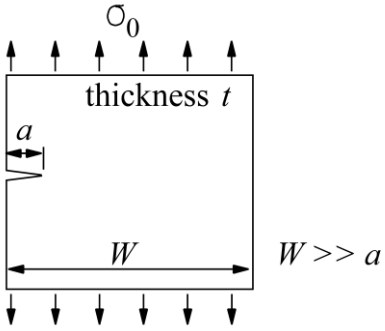


۸-تعداد سیکل‌های بارگذاری مورد نیاز جهت رشد ترک تا ۱ میلی‌متر مطابق نمودار را تعیین کنید. سازه با سیکل‌های تنش با اندازه‌ی ثابت بارگذاری قرار گرفته است. محدوده‌ی تنش $\Delta\sigma_0$ برابر ۱۰۰ مگاپاسکال است. برخی طول ترک‌های اولیه را ۱، ۵، ۱۰، ۲۰، ۴۰، ۶۰ و ۸۰ میلی‌متر را در نظر بگیرید. طول ترک لبه‌ای نسبت به پهنای ورق خیلی کوچک‌تر است. برای محاسبات رشد ترک از قانون پاریس به فرم بدون اصلاح و شکل اصلاح شده که فاکتور شدت تنش آستانه نیز منظور شده است، استفاده نموده و نتایج حاصل از هر دو رابطه را با هم مقایسه نمایید. فرض کنید که ثابت‌های C و n برای هر دو معادله به صورت زیر هستند.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^n \text{ و } \quad \frac{da}{dN} = C\{(\Delta K_I)^n - (\Delta K_{th})^n\}$$

$$C = 2.5 \times 10^{-12}\text{m}^7/\text{MN}^4 \quad , \quad n = 3.2$$

تغییرات فاکتور شدت تنش آستانه نیز $6\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ است.



۹-شکل مساله‌ی قبل را در نظر بگیرید. بیشینه تعداد تکرارهای بارگذاری را بین دو بارگذاری تعیین کنید. فرض کنید که ترک‌هایی به طول ۱ میلی‌متر بعد از بازرسی در سازه باقی می‌ماند. ماده دارای مقدار آستانه‌ی خستگی $8\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ است. برای محاسبات رشد ترک، قانون پاریس را با دو ثابت مشخص به فرم زیر در نظر بگیرید.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^n \qquad \text{و} \qquad C = 2.5 \times 10^{-12}\text{m}^7/\text{MN}^4 \quad , \quad n = 3.2$$

۱۰-در یک ورق بزرگ از پوسته‌ی کشتی، دو ترک تقریباً با اندازه‌ی یکسان در یک سوراخ کشف شده است. ورق با کشش سیکلی به همراه تنش بیشینه و کمینه‌ی ۶۰ و ۱۲ مگاپاسکال بارگذاری شده است. فرکانس بارگذاری ۶ سیکل بر دقیقه می‌باشد. عمر باقیمانده‌ی ورق را بر حسب ساعت تعیین کنید. فرض می‌شود که انتشار ترک نسبت به سوراخ متقارن است. ماده از قانون پاریس رشد ترک تبعیت می‌کند. فاکتور ایمنی را ۱/۵ در نظر بگیرید. تابع هندسی f برای تعیین فاکتور شدت تنش در این مثال مورد استفاده قرار می‌گیرد و برای طول ترک بکار رفته از رابطه‌ی $f(a/r)=1.42(a/r)^{-1.6}$ تقریب زده می‌شود. داده‌های مورد نیاز مساله عبارتند از:

$$r = a_0 = t = 8\ cm\ ,\quad \sigma_y = 600\ \ MPa,\qquad K_{IC} = 90\ MPa\sqrt{m}\ ,\quad n = 3,\quad C = 1\times 10^{-11}\ \frac{m^{5.5}}{MN^3}$$