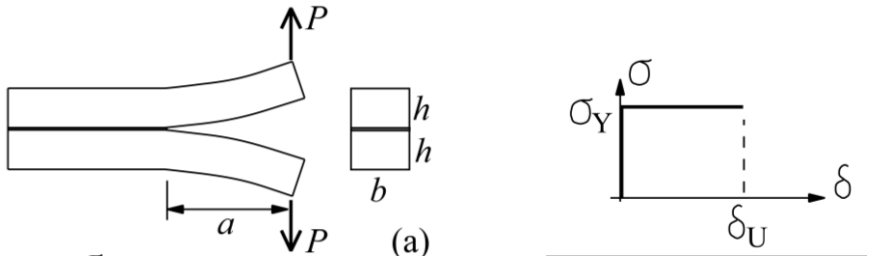
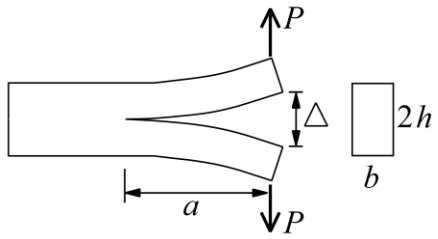
مسائل تمرینی اصل انرژی

۱- دو میله با مقطع مستطیلی (سطح مقطع عرضی یکسان h,b) با خاصیت الاستیک خطی (مدول الاستیک E) مطابق شکل به همدیگر در راستای طولی چسبیده‌اند. چسب دارای مشخصه‌ی تنش بر حسب جابجایی مطابق شکل **ب** (صلب، به طور ایده‌آل پلاستیک تا تغییر فرم δ_U و حد تسلیم σ_Y) می‌باشد. فرض کنید طول ترک در مقایسه با ابعاد هر کدام از میله‌ها خیلی بزرگ است، در این صورت بار بحرانی اتصال را تعیین کنید.

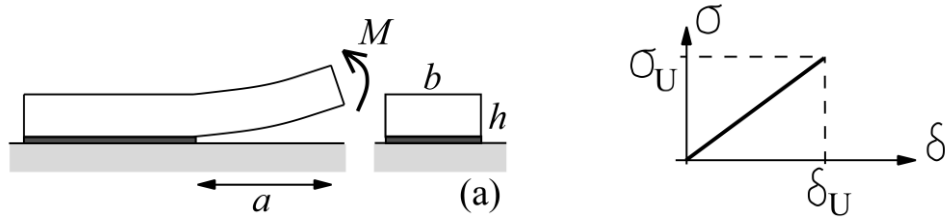


الف **ب**

۲-برای تعیین انرژی سطحی w_S ماده‌ی ترد با خاصیت الاستیک خطی، یک نمونه‌ی آزمایش (مطابق شکل) از ماده برای یک مطالعه‌ی پژوهشی ساخته شده است. هنگام بارگذاری نمونه‌ی آزمایشی انتشار ترک به دست می‌آید، هنگامی که نیرو به مقدار حداکثر $(P = P_{max})$ برسد. انرژی سطحی ماده را تعیین کنید. مدول الاستیسیته‌ی ماده E و مقطع عرضی آن b و $2h$ می‌باشد. فرض کنید طول ترک a در مقایسه با ابعاد نمونه خیلی بزرگ‌تر است.



۳-یک میله‌ی مستطیلی نازک (سطح مقطع عرضی h,b) با خاصیت الاستیک خطی (مدول الاستیک E) مطابق شکل به یک فونداسیون صلب (شالوده یا پی) چسبیده است. چسب دارای مشخصه‌ی تنش بر حسب جابجایی مطابق شکل **ب** (گسیختگی در تنش σ_U ایجاد می‌شود، هنگامی که تغییر فرم δ_U می‌باشد.) میله با گشتاور خمشی M بارگذاری می‌گردد. اگر طول ترک در مقایسه با ابعاد میله خیلی بزرگ‌تر باشد، آنگاه مقدار بحرانی گشتاور اعمالی را تعیین کنید.



الف **ب**

۴- اگر مدل داگدال را برای تسلیم تنش صفحه‌ای کاملاً توسعه یافته که درون یک ناحیه‌ی باریک پلاستیک محدود شده است، بکار ببرید. تسلیم در یک اندازه‌ی باریک تقریباً معادل ضخامت ورق (B) متمرکز می‌شود. این یک حالت کاملاً الاستیک است که در آن کرنش پلاستیک به صورت $\varepsilon = \frac{\delta_t}{B}$ تعریف می‌شود. اگر انتگرال J به صورت $dJ = \sigma d\delta$ باشد که در آن δ_t میزان بازشدگی نوک ترک است، نشان دهید:

$$\delta_t = \frac{\pi a \alpha^2 \sigma^2}{E\sigma_{ys}}$$

۵- رایس در سال ۱۹۶۶ مقدار بازشدگی نوک ترک δ_t را در حل کاملاً پلاستیک مدل داگدال به صورت زیر ارائه داد که در آن برای حالت تنش صفحه‌ای $k = \frac{3-v}{1+v}$ و برای حالت کرنش صفحه‌ای $k = 3 - 4v$ ، a طول ترک، G مدول برشی و σ تنش کششی در دور دست می‌باشد. همچنین σ_0 مساوی تنش تسلیم ماده لحاظ می‌گردد.

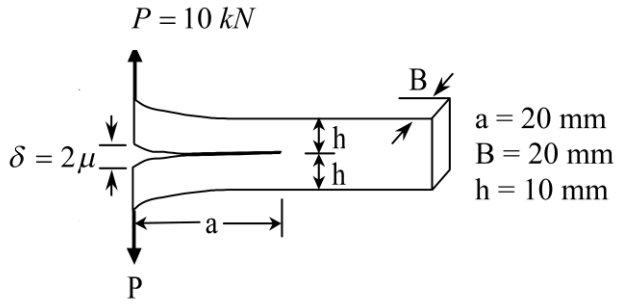
$$\delta_t = \frac{(k+1)a\sigma_0}{\pi G} log\left[sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_0}\right)\right]$$

نشان دهید که انتگرال مستقل از مسیر J به صورت $J = \frac{(k+1)(1+v)\pi a\sigma^2}{E} = f(a,\sigma)$ تعریف می‌شود.

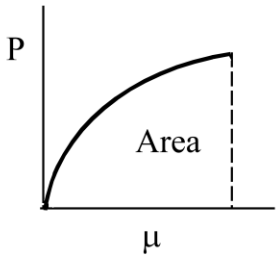
۶-اگر برای تعیین چقرمگی شکست رابطه‌ی $J_I = \sigma_{ys}\delta_t$ استفاده شود، آیا مولفه‌ی δ_t مستقل از مسیر خواهد بود؟ توضیح دهید.

۷-فرض کنید که رشد ترک زمانی اتفاق می‌افتد که $J_I \leq J_{IC}$ و در آن $J_{IC} = \frac{(1-v^2)K_{IC}^2}{E}$. اگر سیلان پلاستیک به خوبی اتفاق بیافتد، آیا این نامساوی برقرار است؟ توضیح دهید.

۸-یک تیر یک سرگیردار دو طرفه مطابق شکل به آرامی درکشش تا ۱۰ مگانیوتن بارگذاری می‌شود. فرض کنید که هیچ نوع چرخشی در انتهای تیر وجود ندارد و تیر از فولاد ایزوتروپیک ساخته شده و دارای خواص مدول الاستیک ۲۰۷ گیگاپاسکال و چقرمگی شکست ۴۷ مگانیوتن در متر به توان نیم می‌باشد. آیا شکست در تیر رخ می‌دهد؟



۹-رفتار نیرو-جابجایی نمونه‌ی آزمایش خمش ساخته شده از فولاد کربنی مطابق شکل می‌باشد. اگر مساحت زیر منحنی نیرو بر حسب جابجایی برابر ۱۰ ژول در آغاز رشد ترک باشد، مطلوبست تعیین: الف) چقرمگی شکست بر حسب J_{IC} مطابق استاندارد ASTM E399 ، ب) مقدار K_{IC} و اعتبار آن را مطابق استاندارد ASTM E399 مشخص نمایید. ج) با در نظر گرفتن λ مساوی ۳ و رابطه‌ی $\delta_t = \frac{4K_I^2}{\pi\lambda E\sigma_{ys}}$ (رابطه‌ی ایروین) مقدار δ_{tc} را حساب کنید. د) کرنش شکست، جابجایی و اندازه‌ی ناحیه‌ی پلاستیک را تعیین کنید.



A = Area =10 Joules
E = 207 GPa
σ_{ys} = 1,500 MPa
B = 25 mm
b = 25 mm

۱۰-چگالی انرژی کرنشی الاستیک در جلوی نوک ترک در مود سوم (پارگی) بارگذاری شده است. که جهت θ دارای انرژی کرنشی بیشینه است. انرژی کرنش الاستیک u برای ماده‌ی الاستیک خطی به فرم $u = \frac{1}{2}\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$ می‌باشد. مولفه‌های تنش در جلوی نوک ترک بارگذاری شده در مود سوم به صورت زیر در دسترس هستند.

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} sin\frac{\theta}{2} \quad , \quad \tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} cos\frac{\theta}{2} \quad , \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = 0$$